

Лабораторная работа № 3-7

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОВОДНИКОВ

Цели работы: 1. Экспериментальная проверка выполнения закона Ома.
2. Определение удельного сопротивления проводника методом вольтметра-амперметра.

Приборы: Установка для измерения сопротивления проводников.

Теоретическое введение

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов. Упорядоченное движение свободных носителей электрического заряда, возникающее в проводнике под действием электрического поля, называется током проводимости. Типичными и наиболее распространенными проводниками являются металлы. В металлах носителями электрического заряда являются свободные электроны. За направление электрического тока условно принимается направление движения положительных зарядов. Очевидно, что в металлах движение отрицательных носителей заряда противоположно условному направлению электрического тока.

Электрический ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени. Сила постоянного тока численно равна заряду q , проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Единица силы тока – ампер (1 А) – основная единица в системе СИ. Через нее выражаются другие электрические величины.

В металлических проводниках носители заряда – электроны – участвуют в двух движениях: хаотическом со скоростью \bar{v} и направленном со скоростью \bar{u} , причем $v \gg u$. Скорость u направленного движения носителей заряда называют еще дрейфовой скоростью.

Заряд, протекающий через поперечное сечение проводника S за промежуток времени Δt , можно рассчитать так:

$$\Delta q = enSu\Delta t,$$

где e – заряд единичного носителя; n – концентрация носителей. Тогда сила тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = enSu. \quad (1)$$

Движение электронов в металле не свободное – в процессе движения электроны испытывают рассеяние (взаимодействие с кристаллической решеткой с изменением импульса) на примесных атомах, дефектах кристаллической решетки и ее тепловых колебаниях. Для поддержания постоянного тока в проводнике необходимо создать в нем электрическое поле напряженностью \vec{E} , которое действует на носители заряда с силой $\vec{F} = e\vec{E}$. Электрическое поле в про-

воднике создают, прикладывая к его концам напряжение U . Для однородного проводника $E = \frac{U}{l}$, где l – длина проводника.

Движение электрона в проводнике под действием электрического поля можно описать дифференциальным уравнением

$$m \frac{d(\vec{v} + \vec{u})}{dt} = e\vec{E} + \vec{F}_c, \quad (2)$$

где m – масса электрона; \vec{F}_c – сила сопротивления направленному движению электрона со стороны кристаллической решетки проводника. Так как скорости направленного движения очень малы, можно считать силу сопротивления пропорциональной дрейфовой скорости электрона $\vec{F}_c = -\frac{m}{\tau} \vec{u}$, где τ – величина, имеющая размерность времени. Усредняя уравнение (2) по всем носителям заряда, учитывая, что среднее значение скорости носителя $\langle \vec{v} + \vec{u} \rangle = \langle \vec{u} \rangle$ и переходя от векторной записи к скалярной, получаем

$$m \frac{d \langle u \rangle}{dt} = eE - \frac{m}{\tau} \langle u \rangle.$$

Для постоянного тока $\langle u \rangle = \text{const}$, то есть $\frac{d \langle u \rangle}{dt} = 0$, тогда из предыдущего выражения $\langle u \rangle = eE \frac{\tau}{m}$ и из уравнения (1) следует

$$I = \frac{ne^2 \tau S E}{m},$$

или, учитывая, что $E = \frac{U}{l}$, окончательно

$$I = \frac{ne^2 \tau S}{m l} U = \frac{1}{R} U. \quad (3)$$

Таким образом, мы получили так называемый закон Ома в интегральной форме, который утверждает, что *сила тока в однородном проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению*. Коэффициент пропорциональности между силой тока и напряжением обозначают $\frac{1}{R}$ и называют проводимостью проводника, а величину R – сопротивлением проводника. Из уравнения (3) следует, что электрическое сопротивление проводника

$$R = \frac{m}{ne^2 \tau S} l. \quad (4)$$

Единица сопротивления Ом ($1 \text{ Ом} = 1 \text{ В/А}$).

Зависимость силы тока в проводнике от приложенного к нему напряжения называется вольтамперной характеристикой проводника (ВАХ).

Сопротивление – основная электрическая характеристика проводника. Согласно формуле (4), электрическое сопротивление проводника зависит от его геометрических размеров (длины l и площади поперечного сечения S) и свойств материала (концентрации носителей заряда n и характерного времени τ). Время τ называют временем релаксации, оно равно времени, в течение которого дрей-

фовая скорость носителей заряда уменьшается в ϵ раз в отсутствие электрического поля в проводнике (например, при выключении цепи). По величине время релаксации сравнимо со временем свободного пробега носителей заряда при движении их в кристаллической решетке проводника.

Обозначим в уравнении (4) комплекс величин, характеризующих материал проводника,

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}.$$

Величина ρ получила название удельное сопротивление проводника. Согласно выражению (4)

$$\rho = R \frac{S}{l}. \quad (5)$$

Единица удельного сопротивления – 1 Ом·м.

Описание экспериментальной установки

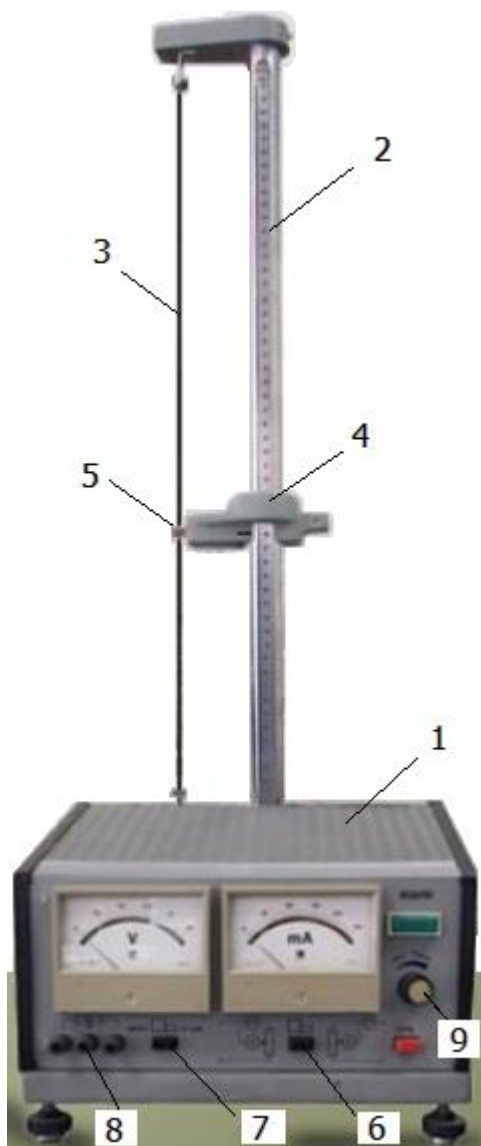


Рис. 1. Внешний вид экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки представлен на рис. 1. Установка позволяет измерять сопротивление проводника двумя методами – методом вольтметра-амперметра и мостовым методом.

На основании установки закреплены блок управления и измерений 1 и стойка 2 с миллиметровой шкалой. На стойке закреплены два неподвижных кронштейна, между которыми натянута проволока 3 диаметром $d = 0,35$ мм. Длина исследуемого отрезка проволоки регулируется подвижным кронштейном 4, на котором нанесен указатель в виде черты. Исследуемый отрезок проволоки через контактный зажим 5, смонтированный в подвижный кронштейн, подключается низкоомными проводами к электрической цепи, расположенной внутри блока 1.

Напряжение на исследуемой длине отрезка проволоки измеряется вольтметром V с внутренним сопротивлением $r_V = 2500$ Ом, сила тока в проволоке – амперметром A (миллиамперметром) с внутренним сопротивлением $r_A = 0,15$ Ом. Шкалы приборов выведены на лицевую панель блока 1: вольтметра – 0...1,5 В; амперметра – 0...250 мА.

На лицевой панели блока 1 размещены:

клавиша «сеть» – вкл/выкл питания источника;

клавиша 6 – выбор схемы 1 или 2 подключения проволочного сопротивления (рис. 2);

клавиша 7 – выбор метода измерения сопротивления (мост или $V-mA$);

клеммы 8 – подключение измерительного моста (в данной работе не используются);

ручка 9 – регулировка силы тока источника.

Описание методики эксперимента

В данной лабораторной работе удельное сопротивление проводника вычисляется по экспериментально определенной величине сопротивления $R_{\text{пр}}$ отрезка проволоки известной длины l . Если сечение проволоки имеет форму круга диаметром d , то формула (5) примет вид

$$\rho = \frac{\pi d^2}{4l} R_{\text{пр}}. \quad (6)$$

Согласно закону Ома для участка цепи сопротивление отрезка проволоки

$$R_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{I_{\text{пр}}}, \quad (7)$$

где $U_{\text{пр}}$ – напряжение на концах отрезка проволоки; $I_{\text{пр}}$ – сила тока в проволоке. В эксперименте величины напряжения и силы тока определяются соответственно по показаниям вольтметра и амперметра. Как показано далее, из-за внутреннего сопротивления электроизмерительных приборов при измерении величин напряжения или силы тока неизбежно возникает погрешность, которую нужно учитывать в зависимости от схемы подключения вольтметра и амперметра.

Рассмотрим две возможные схемы подключения электроизмерительных приборов.

Схема 1 (рис. 2а). В схеме 1 показания амперметра I соответствуют силе тока в проволоке ($I = I_{\text{пр}}$). Вольтметр показывает напряжение U на участке цепи ABC, содержащем последовательно соединенные амперметр и отрезок проволоки. Показания вольтметра U в данной схеме завышены по сравнению с напряжением на концах отрезка проволоки $U_{\text{пр}}$ на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении амперметра: $U = U_{\text{пр}} + U_A$.

Согласно уравнению (7) с учетом вышеизложенного для данной схемы

$$R_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{I_{\text{пр}}} = \frac{U - U_A}{I} = \frac{U}{I} - \frac{U_A}{I} = R - r_A = R \left(1 - \frac{r_A}{R} \right),$$

где R – сопротивление участка цепи ABC.

Если $r_A \ll R$, то есть $\frac{r_A}{R} \rightarrow 0$, то из предыдущего выражения следует, что искомое сопротивление проволоки

$$R_{\text{пр}} \rightarrow R = \frac{U}{I}. \quad (8)$$

Относительная погрешность измерения сопротивления проволоки в этом случае

$$E = \frac{R - R_{\text{пр}}}{R_{\text{пр}}} = \frac{r_A}{R_{\text{пр}}}, \quad (9)$$

где учтено, что при последовательном соединении R_A и $R_{\text{пр}}$ сопротивление участка цепи ABC $R = r_A + R_{\text{пр}}$.

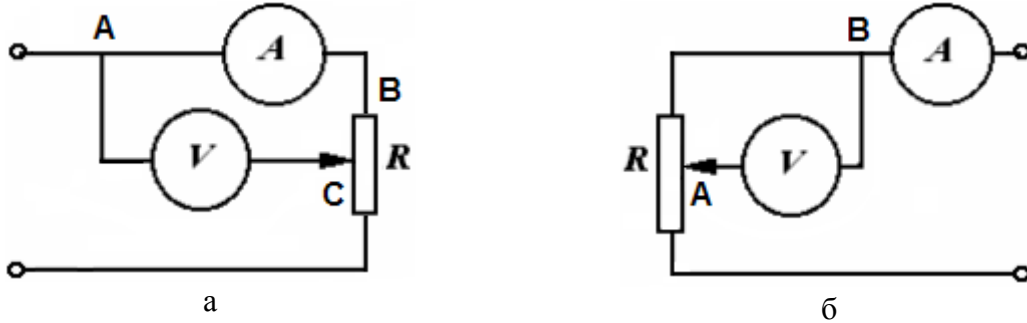


Рис. 2. Схемы измерений: а – схема 1; б – схема 2

Схема 2 (рис. 2б). В схеме 2 показания вольтметра соответствуют напряжению на концах отрезка проволоки ($U = U_{\text{пр}}$). Показания амперметра в данной схеме завышены по сравнению с силой тока в исследуемом отрезке проволоки $I_{\text{пр}}$ на величину силы тока, протекающего через вольтметр: $I = I_{\text{пр}} + I_V$.

Согласно уравнению (7) с учетом вышеизложенного для данной схемы

$$R_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{I_{\text{пр}}} = \frac{U}{I - I_V} = \frac{1}{\frac{I}{U} - \frac{I_V}{U}} = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{r_V}} = \frac{R}{1 - \frac{R}{r_V}},$$

где R – сопротивление участка цепи АВ.

Если $r_V \gg R$, то есть $\frac{R}{r_V} \rightarrow 0$, то из предыдущего выражения следует, что искомое сопротивление проволоки

$$R_{\text{пр}} \rightarrow R = \frac{U}{I}. \quad (10)$$

Относительная погрешность измерения сопротивления проволоки в этом случае

$$E = \frac{R_{\text{пр}} - R}{R_{\text{пр}}} = \frac{R_{\text{пр}}}{R_{\text{пр}} + r_V}, \quad (11)$$

где учтено, что при параллельном соединении $R_{\text{пр}}$ и r_V сопротивление участка цепи АВ $R = \frac{R_{\text{пр}} r_V}{R_{\text{пр}} + r_V}$. При $r_V \gg R_{\text{пр}}$ формулу (11) можно записать в виде

$$E = \frac{R_{\text{пр}}}{r_V}. \quad (12)$$

Из выражений (9) и (12) следует, что погрешность измерения сопротивления проволоки по методу вольтметра-амперметра зависит от соотношения величин измеряемого сопротивления и сопротивлений приборов. Если относительные погрешности измерения будут пренебрежимо малы, то сопротивление проволоки можно рассчитать по показаниям вольтметра и амперметра (см. формулы (8) и (10)):

$$R_{\text{пр}} = \frac{U}{I}. \quad (13)$$

Из уравнения (13) при $R_{\text{пр}} = \text{const}$ следует линейная зависимость напряжения на концах исследуемого отрезка проволоки от силы тока в нем:

$$U(I) = R_{\text{пр}}I,$$

график которой имеет вид прямой линии (рис. 3).

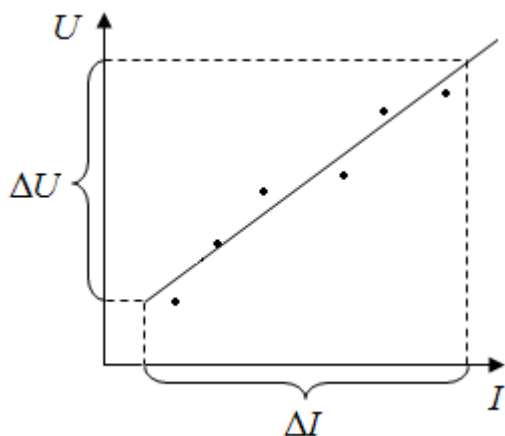


Рис. 3. Определение сопротивления $R_{\text{пр}}$ по ВАХ

Если построенный по результатам эксперимента график зависимости $U(I)$ будет иметь вид прямой линии, то это будет подтверждением выполнения закона Ома для участка цепи.

Сопротивление отрезка проволоки в таком случае можно определить по наклону прямой линии к оси ординат как отношение приращения напряжения ΔU к соответствующему приращению силы тока ΔI (см. рис. 3):

$$R_{\text{пр}} = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (14)$$

Порядок выполнения работы

Внимание! Запрещается прикасаться к находящейся под напряжением проволоке 3 экспериментальной установки (см. рис. 1).

1. Запишите в табл. 1 три длины отрезков проволоки (l_1 , l_2 и l_3), сопротивления которых будут измеряться (задаются преподавателем из интервала 20...50 см).

2. Включите прибор нажатием клавиши «сеть», при этом должна загореться сигнальная лампочка на лицевой панели.

3. Выберите метод $V-mA$, установив клавишу 7 в нажатое состояние.

4. Выберите схему 2 подключения проволоки, установив клавишу 6 в нажатое состояние.

5. Установите указатель (черту) подвижного кронштейна 4 на деление шкалы, соответствующее длине отрезка проволоки l_1 .

6. Снимите ВАХ проводника, т. е. зависимость $U(I)$. Для этого при помощи ручки 9 последовательно устанавливайте значения силы тока, указанные в табл. 1 и записывайте соответствующие значения напряжения.

7. Повторите измерения по пункту 6 для других значений длин отрезка проволоки l_2 и l_3 .

8. Выберите схему 1 подключения проволоки, установив клавишу 6 в отжатое состояние. Снимите ВАХ (см. пункт 6) при длине отрезка проволоки l_3 .

9. По окончании измерений выключите прибор клавишей «сеть».

Таблица 1

№	1					2					3					4					
	Схема 2					Схема 2					Схема 2					Схема 1					
	$l_1 =$					$l_2 =$					$l_3 =$										
I , мА	U , В	ΔU , В	ΔI , мА	$R_{пр}$, Ом	E , %	U , В	ΔU , В	ΔI , мА	$R_{пр}$, Ом	E , %	U , В	ΔU , В	ΔI , мА	$R_{пр}$, Ом	E , %	U , В	ΔU , В	ΔI , мА	$R_{пр}$, Ом	E , %	
100																					
125																					
150																					
175																					
200																					
225																					

Обработка результатов эксперимента

1. Постройте ВАХ для схемы 2 для трех длин отрезка проволоки в одной системе координат.
2. По каждому графику определите сопротивление отрезка проволоки $R_{пр}$ согласно формуле (14). Результаты запишите в табл. 1.
3. Рассчитайте относительную погрешность измерения по формуле (12) и запишите ее значение в процентах в табл. 1.
4. Постройте ВАХ для схемы 1 на том же координатном поле, что и для схемы 2.
5. По графику определите сопротивление отрезка проволоки $R_{пр}$ согласно формуле (14). Результаты запишите в табл. 1.
6. Рассчитайте относительную погрешность измерения по формуле (9) и запишите ее значение в процентах в табл. 1.
7. Рассчитайте удельное сопротивление проводника для схемы 2 по формуле (6). Результаты запишите в табл. 2.

Таблица 2

Схема 2	№	d , мм	l , см	$R_{пр}$, Ом	ρ , Ом·м	$\Delta\rho$	$(\Delta\rho)^2$
	1						
	2						
	3						

8. Вычислите среднее значение удельного сопротивления $\langle\rho\rangle$, доверительный интервал $\Delta\rho$ и относительную погрешность измерения E согласно Приложению 1.

Результат работы

1. Сделайте вывод о результатах проверки выполнения закона Ома.
2. Сделайте вывод о том, какая схема (схема 1 или 2) в данном эксперименте дает меньшую погрешность измерения сопротивлений $R_{пр}$ (см. табл. 1).
3. Запишите значение удельного сопротивления в виде

$$\rho = \langle\rho\rangle \pm \Delta\rho; \quad E = \dots\%$$
4. Сравните полученное значение удельного сопротивления с приведенными в таблице (см. Приложение 2) и сделайте вывод.

Контрольные вопросы

1. Что называется электрическим током? Какой ток называется постоянным?
2. Какие условия необходимы для протекания тока в проводнике?
3. Запишите закон Ома для участка цепи.
4. Что такое электрическое сопротивление проводника и от чего оно зависит?
5. Что такое удельное сопротивление проводника и от чего оно зависит?
6. Назовите единицы измерения сопротивления и удельного сопротивления в системе СИ.
7. С помощью электрических схем поясните метод вольтметра-амперметра для измерения сопротивления проводника.
8. Какой схемой следует пользоваться при измерении малых сопротивлений? Больших сопротивлений? Почему?

Приложение 1

Обработка результатов измерения

В результате эксперимента получено n значений измеряемой величины u : u_1, u_2, \dots, u_n .

Обработка результатов измерения включает в себя этапы:

1. Рассчитывается среднее значение измеряемой величины

$$\langle u \rangle = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n}.$$

2. Рассчитывается абсолютная погрешность каждого измерения

$$\Delta u_i = |u_i - \langle u \rangle|.$$

3. Рассчитываются квадраты абсолютной погрешности каждого измерения $(\Delta u_i)^2$, затем их сумма

$$\sum_{i=1}^n (\Delta u_i)^2 = (\Delta u_1)^2 + (\Delta u_2)^2 + \dots + (\Delta u_n)^2.$$

4. Рассчитывается доверительный интервал

$$\Delta_u = t_{\alpha, n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta u_i)^2}{n(n-1)}},$$

где $t_{\alpha, n}$ – коэффициент Стьюдента, значение которого определяется по таблице в зависимости от числа опытов n и доверительной вероятности α . Рекомендуется брать $\alpha = 0,95$.

Таблица значений коэффициента Стьюдента

$\alpha \backslash n$	3	4	5	10	15
0,70	1,3	1,3	1,2	1,1	1,1
0,95	4,3	3,2	2,8	2,3	2,1
0,99	9,9	5,8	4,6	3,3	3,0

5. Рассчитывается относительная погрешность измерения

$$E = \frac{\Delta_u}{\langle u \rangle} \cdot 100 \%$$

Приложение 2

Удельное сопротивление металлических проводников при температуре 20°C

Металл	ρ , Ом·м	Металл	ρ , Ом·м	Металл	ρ , Ом·м
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Сталь	$2,0 \cdot 10^{-7}$	Хромель	$0,66 \cdot 10^{-6}$
Алюминий	$2,8 \cdot 10^{-8}$	Манганин	$4,4 \cdot 10^{-7}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Железо	$9,7 \cdot 10^{-8}$	Константан	$4,9 \cdot 10^{-7}$	Фехраль	$1,3 \cdot 10^{-6}$