

Электричество и магнетизм.

Темы лекций

Лекция 1.

Электростатика

Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Потенциал электрического поля. Связь напряженности и потенциала. Поле точечного заряда. Электрический диполь.

Лекция 2.

Теорема Гаусса. Напряженность поля заряженных плоскости и сферы.

Лекция 3.

Поляризация диэлектриков. Механизм поляризации диэлектриков. Поле на границе диэлектриков. Сегнетоэлектрики и пьезоэффект.

Лекция 4.

Проводники в электрическом поле. Заряды в проводнике. Емкость. Плоский конденсатор. Энергия заряженного проводника. Энергия электрического поля. Энергия системы зарядов.

Лекция 5.

Электрический ток в металлах. Сила и плотность тока. Законы Ома и Джоуля – Ленца. Работа и мощность тока. Классическая электронная теория проводимости металлов.

Лекция 6.

Электропроводность газов. Ионизация и рекомбинация. Несамостоятельная проводимость газов. Самостоятельная проводимость газов. Плазма.

Лекция 7.

Магнитное взаимодействие. Сила Ампера. Магнитное поле. Сила Лоренца. Закон Био – Савара. Индукция магнитного поля бесконечно длинного прямого проводника с током. Индукция магнитного поля в центре кругового витка с током. Сила взаимодействия двух бесконечных проводников с током.

Лекция 8.

Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент контура с током. Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле. Магнитный поток. Работа по перемещению контура с током в магнитном поле. Циркуляция вектора магнитной индукции. Поле длинного соленоида и тороида.

Лекция 9.

Электромагнитная индукция. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Э.д.с. индукции. Правило Ленца. Явление самоиндукции. Явление взаимной индукции. Объемная плотность энергии магнитного поля.

Лекция 10.

Магнитные свойства веществ. Магнитные моменты атомов. Диамагнетизм. Парамагнетики. Ферромагнетики. Магнитный гистерезис.

Лекция 11.

Электромагнитные колебания. Колебательный контур. Уравнения собственных незатухающих колебаний. Уравнение собственных затухающих колебаний. Логарифмический декремент затухания. Вынужденные колебания в контуре. Резонанс в колебательном контуре.

Лекция 12.

Электромагнитные волны. Ток смещения. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны. Излучение диполя. Шкала электромагнитных волн.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

3.1. Электростатика

3.1.1 Закон Кулона

Закон Кулона выражает силу взаимодействия двух точечных электрических зарядов q_1 и q_2 в виде

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где r – расстояние между зарядами, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, показывающая, во сколько раз ослабляется напряженность электрического поля в данной среде по сравнению с вакуумом, ϵ_0 – диэлектрическая постоянная, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Точечными зарядами называются такие, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними.

Пример. Две пластины, образующие плоский конденсатор, нельзя рассматривать как точечные заряды, и закон Кулона к ним неприменим. Но если раздвинуть их на расстояние, во много раз большее их размеров, то можно рассматривать их как точечные.

Электрический заряд (количество электричества) измеряется в *Кулонах* (см. п. 3.4.1.):

$$[q] = [I] \times [t] = 1A \times 1c = 1Кл$$

3.1.2. Напряженность электрического поля

Напряженность электрического поля \vec{E} – векторная величина, численно равная силе, с которой поле действует на единичный точечный положительный заряд, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

\vec{E} – силовая характеристика электрического поля. Единица измерения напряженности – *Вольт на метр* (В/м) (см. п. 3.1.4).

Пример. Напряженность поля точечного заряда q :

$$E = \frac{F_{prob}}{q_{prob}} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \frac{qq_{prob}}{r^2 q_{prob}} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2}.$$

Линией напряженности (силовой линией) называется воображаемая линия, в каждой точке которой вектор напряженности направлен по касательной. Примеры приведены на рис.1: поле положительного точечного заряда (рис.1а), поле отрицательного точечного заряда (рис.1б), поле двух разноименных одинаковых по величине зарядов (рис.1в)

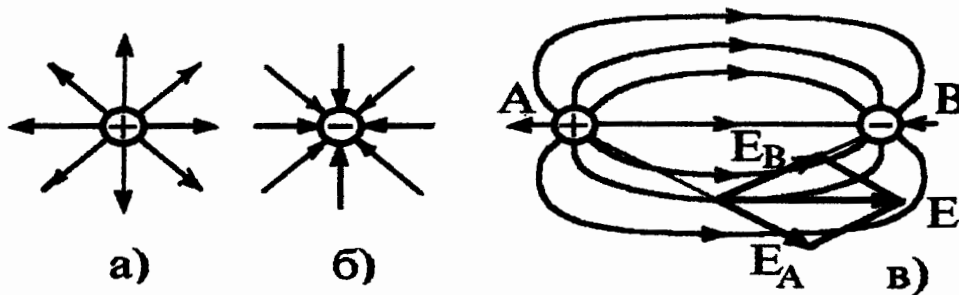


Рис.1

При расчете напряженности используют *принцип суперпозиции*, согласно которому поле, создаваемое одним зарядом, не зависит от наличия других зарядов, а результирующая напряженность электрического поля системы зарядов равна геометрической сумме напряженностей каждого заряда в отдельности (см. рис. 1в), т.е.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Элементарным потоком вектора напряженности $d\Phi$ через малую площадку dS называется величина

$$d\Phi_E = E_n dS,$$

где E_n – нормальная составляющая вектора напряженности.

Поток вектора напряженности через произвольную поверхность S определяется выражением:

$$\Phi_E = \int_S E_n dS.$$

Поток вектора напряженности измеряется в В·м. Графически поток вектора напряженности выражается числом силовых линий, проходящих через поверхность S .

Величина $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$ называется *вектором электрического смещения или вектором электрической индукции*. Аналогично вектору напряженности для вектора электрического смещения используются понятия *линии вектора смещения и поток вектора смещения Φ_D* . Так, поток вектора смещения определяется формулой

$$\Phi_D = \int_S D_n dS.$$

Электрическое смещение измеряется в Кл/м², поток вектора электрического смещения – в Кл: $[D] = [\epsilon_0][E] = (\Phi/м)(В/м) = (\text{Кл}/\text{м}^2)$; $[N_D] = [D][S] = \text{Кл} \cdot \text{м}^2/\text{м}^2 = \text{Кл}$.

3.1.3. Потенциал электрического поля

Потенциал электрического поля φ равен потенциальной энергии W_p единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Таким образом, φ – скалярная энергетическая характеристика электрического поля. Величина φ , как и W_p , зависит от выбора начального уровня отсчета. Обычно полагают потенциал в бесконечности равным нулю. Поскольку работа равна убыли потенциальной энергии (см. п. 1.3.5.) $A = W_p - W_{p\infty}$, то потенциал данной

точки электрического поля численно равен работе по перемещению единичного положительного заряда силами поля из данной точки в бесконечность.

В технике обычно полагают потенциал Земли равным нулю. Поскольку работа равна убыли потенциальной энергии:

$$dA = -dW_p = -qd\varphi,$$

то работа перемещения заряда q силами поля из точки 1 в точку 2 будет равна

$$A = - \int_1^2 qd\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Потенциал электрического поля измеряется в *Вольтах* (В), его размерность $[\varphi] = [W_p]/[q] = 1 \text{ Дж}/1 \text{ Кл} = 1 \text{ В}$.

Эквипотенциальной называют поверхность, во всех точках которой потенциал одинаков. Легко показать, что линии напряженности всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям. Для этого рассчитаем работу перемещения заряда q на участке эквипотенциальной поверхности dr (рис.2). Работа выражается двумя способами:

$$dA = qE dr \cos \alpha = q(\varphi_A - \varphi_B).$$

Так как $\varphi_A = \varphi_B$, то работа равна нулю и, поскольку $q \neq 0$ и $dr \neq 0$, то $\cos \alpha = 0$, откуда следует, что $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

3.1.4. Связь напряженности и потенциала

Связь между характеристиками электрического поля \vec{E} и φ можно получить следующим образом. Рассмотрим две эквипотенциальные поверхности, имеющие потенциалы φ и $\varphi + d\varphi$, которые пересекает линия напряженности (рис.3).

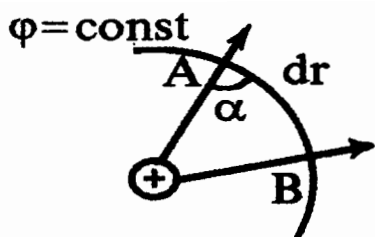


Рис.2

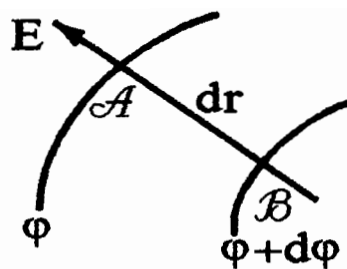


Рис.3

Рассчитаем работу перемещения заряда q из точки А в точку В:

$$dA = Fdr = qEdr = q[\varphi - (\varphi + d\varphi)] = -qd\varphi,$$

откуда получаем $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, или в векторной форме:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi,$$

т.е. напряженность равна градиенту потенциала и направлена в сторону его убывания (знак минус). Полученная формула является частным случаем связи потенциальной силы и потенциальной энергии

$$\vec{F} = -\nabla W_p,$$

(см. п. 1.3.5.), поскольку \vec{E} – сила, действующая на единичный заряд, а φ – потенциальная энергия единичного заряда.

3.1.5. Поле точечного заряда

Напряженность поля точечного заряда равна (см. п.3.1.2):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2}.$$

Значение потенциала φ рассчитаем как работу перемещения единичного заряда из данной точки в бесконечность. Из связи напряженности и потенциала $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ получаем $d\varphi = -E dr$, откуда, подставляя значение напряженности и интегрируя, получим:

$$\varphi = -\int_r^\infty E dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

т.е. потенциал обратно пропорционален расстоянию.

Потенциал электростатического поля, как и напряженность, подчиняется принципу суперпозиции:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

3.1.6. Электрический диполь

Электрическим диполем называют систему из двух зарядов, одинаковых по величине и противоположных по знаку, расстояние между которыми мало по сравнению с расстоянием до точки, в которой рассматривается созданное этими зарядами электрическое поле (см. рис. 4), т.е. $r \gg l$. *Дипольным моментом* называют величину $\vec{p} = ql$.

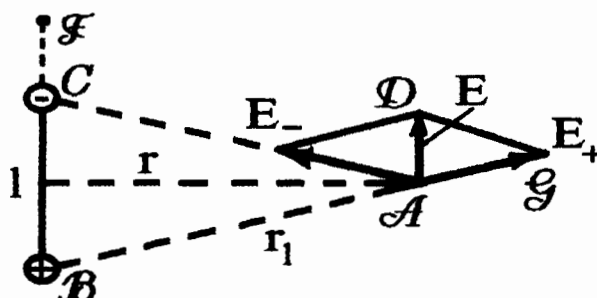


Рис.4

Рассчитаем напряженность электрического поля диполя в некоторых характерных точках. Для этого используем принцип суперпозиции (см. п. 3.1.2.). Выполним расчет напряженности в точке A. Очевидно, что

$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2}.$$

Так как треугольники ABC и ADG подобны, запишем отношение соответствующих сторон:

$$\frac{E_+}{E} = \frac{r_1}{l}.$$

Так как $r \gg l$, то $r_1 \approx r$. Выражая E через E_+ и заменяя r_1 на r , получим:

$$E = \frac{ql}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} = \frac{p}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3},$$

или в векторной форме:

$$\vec{E} = \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}.$$

В точке F $E = E_+ - E_-$. Приведем окончательный результат для величины напряженности в точке F , предоставив возможность читателю получить его самостоятельно:

$$\vec{E} = \frac{\vec{p}}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}.$$

Аналогичные формулы можно получить и для других точек поля. В общем случае

$$\vec{E} = \frac{k\vec{p}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}.$$

где $1 \leq k \leq 2$, т.е. напряженность поля диполя пропорциональна дипольному моменту и обратно пропорциональна кубу расстояния. Диполь можно рассматривать как электрическую модель многих молекул.

3.1.7. Теорема Гаусса

Электростатическая теорема Гаусса формулируется следующим образом. *Поток вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на $\epsilon\epsilon_0$.* Математическая запись приведена ниже:

$$\oint_S E_n ds = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^n q_i.$$

Для доказательства теоремы рассчитаем поток вектора напряженности через замкнутую поверхность S , охватывающую точечные заряды $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$. Допустим сначала, что один заряд находится в центре сферической поверхности радиуса r (см. рис. 5). Тогда

$$\Phi_E = \oint_S E_n ds = E \oint_S ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (1)$$

так как $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$.

Если поверхность имеет произвольную (не сферическую) форму, то число линий, пересекающих ее, не изменится, следовательно, поток останется прежним. Если внутри замкнутой поверхности находится не один, а несколько зарядов, то суммарный поток будет равен сумме потоков, каждый из которых выражается формулой (1), т.е.

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \oint_S E_n ds = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \dots + \Phi_n = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \times (q_1 + q_2 + \dots + q_n) = \\ &= \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \end{aligned}$$

Аналогично теорему Гаусса можно сформулировать и для потока вектора электрического смещения через любую замкнутую поверхность:

$$\oint_S D_n ds = \sum_{i=1}^n q_i.$$

3.1.8. Напряженность поля заряженных плоскости и сферы

Теорема Гаусса позволяет в некоторых случаях достаточно просто рассчитать напряженность электрического поля для различных конфигураций электрических зарядов, в том числе для заряженных

тел. Покажем это на примере расчета напряженности поля бесконечной равномерно заряженной плоскости и заряженной сферы (шара). Рассмотрим сначала бесконечную равномерно заряженную плоскость (рис.6). Заряд, приходящийся на единицу площади поверхности, назовем *поверхностной плотностью заряда* и обозначим ее $\sigma = q/S$. Линии напряженности положительно заряженной плоскости выходят из нее и уходят в бесконечность и, в силу симметрии задачи, перпендикулярны плоскости (рис.6).

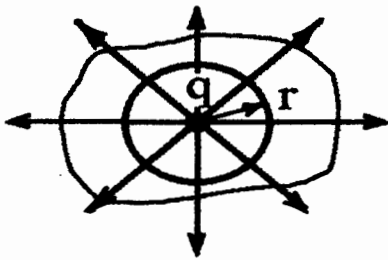


Рис.5

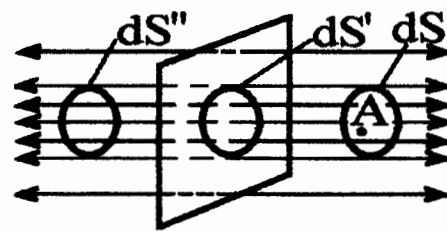


Рис.6

Выберем произвольно некоторую точку А, в которой будем рассчитывать напряженность, и разместим эту точку на малой площадке dS , параллельной заряженной плоскости. Спроектируем площадку dS на заряженную плоскость и обозначим эту проекцию dS' , затем построим симметричную площадке dS площадку dS'' с другой стороны заряженной плоскости. Рассмотрим замкнутую поверхность в виде цилиндра с основаниями dS и dS'' и применим к этой замкнутой поверхности теорему Гаусса. Внутри замкнутой цилиндрической поверхности на площадке dS' расположен заряд $q = \sigma dS'$. Рассчитаем поток вектора напряженности через замкнутую цилиндрическую поверхность двумя способами: по определению потока и по теореме Гаусса. Поскольку линии напряженности перпендикулярны к заряженной плоскости, так же, как и образующая выбранной нами вспомогательной замкнутой цилиндрической поверхности, то они не будут пересекать боковую поверхность цилиндра, а будут пересекать только его основания. Таким образом,

$$\Phi_E = EdS + EdS'' = 2EdS.$$

поскольку по построению $dS = dS' = dS''$ и $E_n = E$. С другой стороны:

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{\sigma dS'}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Приравнявая правые части, получаем $2EdS = \frac{\sigma dS'}{\epsilon\epsilon_0}$, откуда окончательно имеем:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Вектор электрического смещения будет равен

$$D = \epsilon\epsilon_0 E = \frac{\sigma}{2}.$$

Если имеются две параллельные разноименно заряженные плоскости (плоский конденсатор), то по принципу суперпозиции полей (рис.7) напряженность поля между пластинами (внутри конденсатора) будет равна $E = E_+ + E_-$, или

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0},$$

где E_+ и E_- – напряженности положительной и отрицательной плоскостей соответственно.

Теперь рассмотрим расчет напряженности поля заряженной сферы (шара) радиуса R (рис.8).

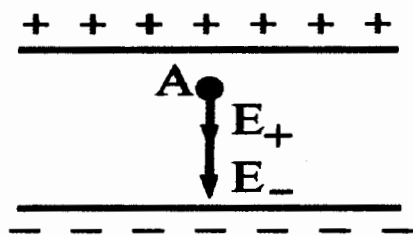


Рис.7

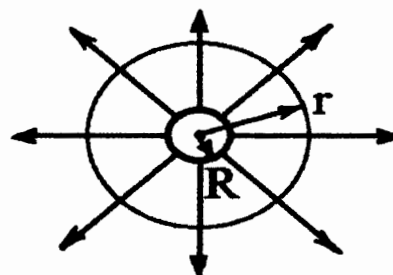


Рис.8

Рассмотрим сначала область снаружи заряженной сферы, т.е. при $r \geq R$. Построим вокруг заряженной сферы концентрическую

ей вспомогательную сферическую поверхность радиуса r . Поток вектора напряженности через эту вспомогательную поверхность будет равен:

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \int_S E dS = E \int_S dS = ES = E4\pi r^2.$$

По теореме Гаусса $\Phi_E = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}$. Тогда, приравнивая правые части, получим:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

Следовательно, заряженная сфера (шар) создает снаружи точно такое же поле, как такой же по величине точечный заряд, помещенный в центр сферы (шара) (см.п.3.1.2).

Теперь рассмотрим область внутри сферы (шара). Если речь идет о заряженной сферической оболочке, то внутри зарядов нет, (по определению, так как сфера - это поверхность), электрическое поле отсутствует, и напряженность равна нулю. Такой же результат получим и для металлического шара (и вообще для любого проводящего шара), так как в проводниках избыточный заряд располагается только по поверхности (см.п.3.3.1), внутри проводника электрическое поле отсутствует и напряженность также равна нулю. Если шар сделан из диэлектрика, то заряды располагаются по объему шара, и внутри него будет электрическое поле. Пусть шар равномерно заряжен по объему с постоянной *объемной плотностью заряда* $\rho = dQ/dV$ (заряд единицы объема). Построим внутри заряженного шара вспомогательную сферическую поверхность радиусом r , concentricкую с заряженным шаром. Поток вектора напряженности через эту поверхность будет равен $\Phi_E = \oint_S E_n dS = E4\pi r^2$. По теореме Гаусса поток равен суммарному заряду, находящемуся внутри вспомогательной сферической поверхности радиусом r , деленной на $\epsilon\epsilon_0$:

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_V \rho dV = \frac{\rho V}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Приравнивая правые части, получаем:

$$E4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3,$$

откуда

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon\epsilon_0}.$$

Таким образом, внутри шара напряженность растет пропорционально радиусу.

3.2. Поляризация диэлектриков

3.2.1. Механизм поляризации диэлектриков

К диэлектрикам относятся вещества, в которых отсутствуют свободные электрические заряды, поэтому они и не проводят электрический ток. Молекулы диэлектриков бывают двух типов: полярные и неполярные. Полярные молекулы представляют собой электрический диполь, описанный ранее (см. п. 3.1.6). В электрическом поле на него действует пара сил (рис.9а), в результате чего он ориентируется по полю (рис.9б).

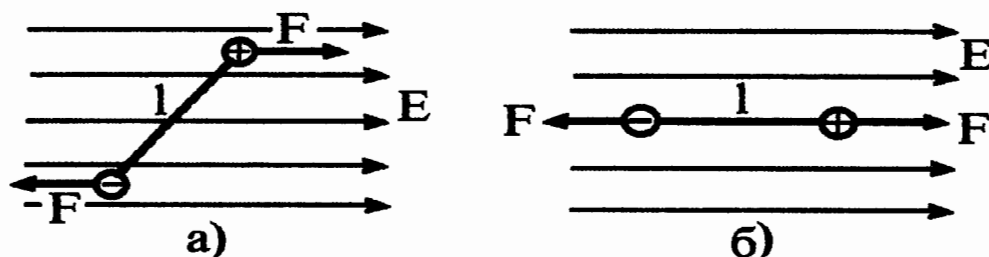


Рис.9

У неполярной молекулы в отсутствие внешнего электрического поля дипольный момент равен нулю, так как центр положительных и центр отрицательных зарядов совпадают (как, например, показано на рис.10а). Во внешнем электрическом поле на разноименные заряды диполя действуют противоположно направленные силы, в результате чего заряды смещаются, молекула упруго деформируется и в результате деформации у нее возникает дипольный момент $ql \neq 0$ (рис.10б).

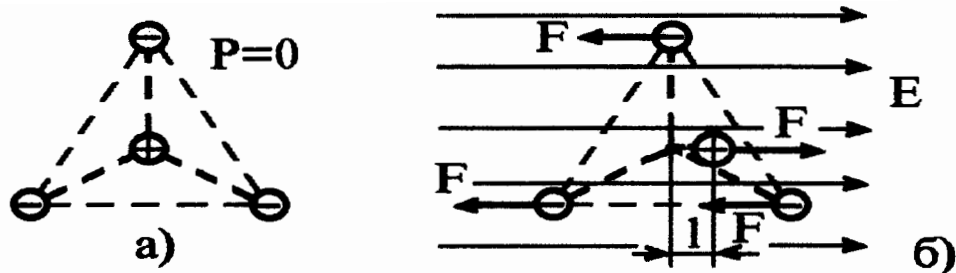


Рис.10

Таким образом, как у полярных, так и у неполярных диэлектриков под влиянием внешнего электрического поля происходит ориентация молекул вдоль линий напряженности. У полярного диэлектрика молекулы ориентированы не строго по полю, так как ориентации препятствует тепловое движение молекул (рис.11). У неполярного диэлектрика молекулы ориентированы всегда строго по полю. Процесс деформации и ориентации молекул диэлектрика под действием внешнего электрического поля называется *поляризацией диэлектрика*.

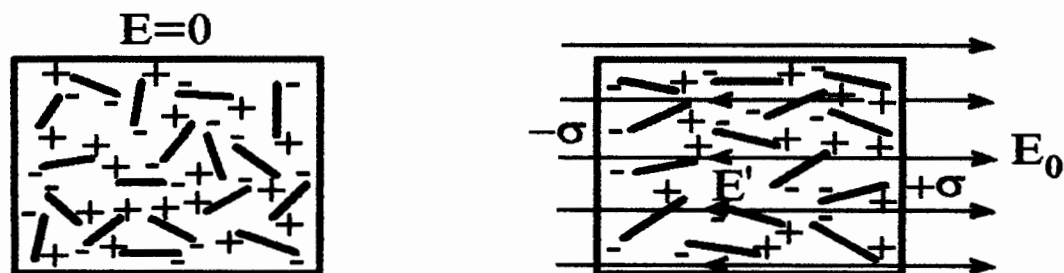


Рис.11

Поскольку при поляризации все положительные заряды смещаются по полю, а отрицательные – против поля, на поверхности диэлектрика возникают нескомпенсированные электрические заряды, называемые *связанными*. Связанные заряды создают свое поле E' , направленное против внешнего поля E_0 и ослабляющее его: $E = E_0 - E'$, где E – поле внутри диэлектрика.

Количественно поляризация диэлектрика характеризуется *вектором поляризации* \vec{P} , который численно равен суммарному дипольному моменту единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i}{\Delta V} = \chi \epsilon_0 \vec{E}.$$

Вектор поляризации пропорционален напряженности поля, так как с увеличением напряженности возрастает степень ориентации молекул. Коэффициент пропорциональности χ называют *диэлектрической восприимчивостью*. Можно показать, что нормальная составляющая вектора поляризации равна поверхностной плотности связанных зарядов $P_n = \sigma$. Диэлектрическая проницаемость и диэлектрическая восприимчивость связаны между собой следующей формулой:

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

3.2.2. Поле на границе диэлектриков

При переходе из вакуума в диэлектрик вследствие поляризации диэлектрика нормальная составляющая напряженности E_n уменьшается в ϵ раз (см. п. 3.2.1), т.е. $E_{n1} = \frac{E_n}{\epsilon_1}$ (рис.12), а тангенциальная составляющая E_τ остается без изменений: $E_{\tau1} = E_\tau$. Для другого диэлектрика аналогично можно записать: $E_{n2} = \frac{E_n}{\epsilon_2}$ и $E_{\tau2} = E_\tau$. Из приведенных выше выражений следует:

$$\epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}, \quad (1)$$

$$E_{\tau1} = E_{\tau2}, \quad (2)$$

т.е. нормальная составляющая напряженности электрического поля на границе диэлектриков испытывает скачок, а тангенциальная составляющая не меняется. В результате силовые линии электрического поля (линии напряженности) преломляются на границе диэлектрика (рис.12), отклоняясь к поверхности диэлектрика.

Из формул (1) и (2) получаем:

$$\epsilon_0 \epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{n2},$$

т.е. $D_{n1} = D_{n2}$. $D_{\tau 1} = \epsilon_0 \epsilon_1 E_{\tau 1}$ и $D_{\tau 2} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{\tau 2}$, откуда $\frac{D_{\tau 1}}{\epsilon_0 \epsilon_1} = \frac{D_{\tau 2}}{\epsilon_0 \epsilon_2}$.

Таким образом, нормальная составляющая вектора электрического смещения не испытывает скачка на границе диэлектриков, а тангенциальная составляющая меняется. Линии напряженности и линии индукции при переходе из одной среды в другую ведут себя, как показано на рис.13. Следует оговориться, что рис.13 справедлив только для изображенного на нем расположения границы диэлектриков перпендикулярно силовым линиям электрического поля.

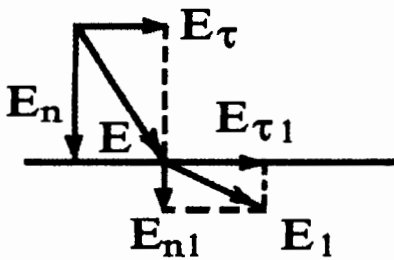


Рис.12

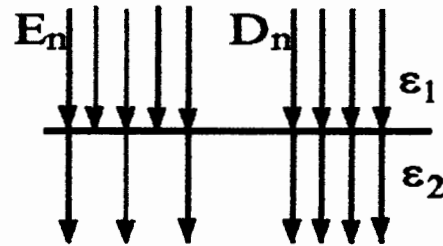


Рис.13

3.2.3. Сегнетоэлектрики и пьезоэффект

Некоторые вещества обнаруживают способность к остаточной поляризации (сегнетова соль, титанат бария и др.), т.е. в этих веществах сохраняется поляризация даже после снятия внешнего электрического поля. В обычных диэлектриках под действием теплового движения после снятия внешнего поля поляризация исчезает. Диэлектрики, сохраняющие остаточную поляризацию в отсутствие внешнего поля, называются *сегнетоэлектриками*.

Графическая зависимость вектора поляризации сегнетоэлектрика от напряженности внешнего электрического поля показана на рис.14, эта зависимость называется *петлей электрического гистерезиса* (аналогичное явление наблюдается в ферромагнетиках, см. п. 3.10.5). На рис.14 OB и OE – остаточная поляризация, OC и OM – коэрцитивная сила, равная значению напряженности электрического поля, необходимому для устранения остаточной поляризации.

При достаточно высокой температуре (различной для различных сегнетоэлектриков) тепловое движение разрушает остаточную поляризацию и сегнетоэлектрические свойства исчезают, сегнетоэлектрик превращается в обычный диэлектрик. Такая температура называется *точкой Кюри*.

Явление *пьезоэффекта* проявляется в таких веществах, как кварц, турмалин, сегнетова соль и др. При приложении внешнего механического напряжения к кристаллам этих веществ в результате деформации кристаллической решетки на поверхности кристалла возникают электрические заряды противоположных знаков и возникает разность потенциалов. Это так называемый *прямой пьезоэффект*. *Обратный пьезоэффект* проявляется в изменении размеров кристаллов (деформации) при приложении к этим кристаллам разности потенциалов.

Прямой и обратный пьезоэффект широко применяется в технике: различные датчики деформаций и напряжений, кварцевые стабилизаторы частоты, генераторы ультразвука и т.д.

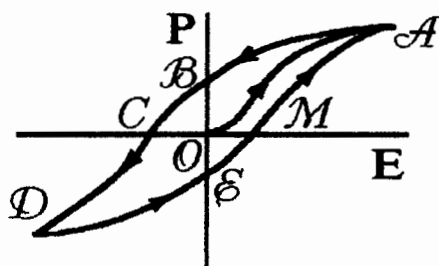


Рис.14

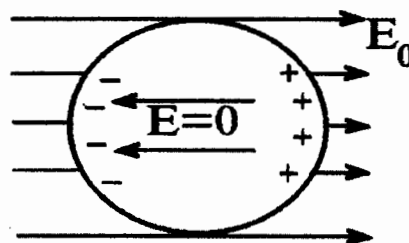


Рис.15

3.3. Проводники в электрическом поле

3.3.1. Заряды в проводнике

К проводникам относятся вещества, в которых имеются свободные электрические заряды, хотя в целом проводник не заряжен. Например, в металлах имеются свободные электроны, заряд которых

компенсируется зарядом положительных ионов в узлах кристаллической решетки. Под влиянием внешнего электрического поля E_0 свободные заряды смещаются до тех пор, пока созданное ими электрическое поле E' не уравнивает внешнее поле (рис.15). После этого движение свободных зарядов прекращается, так как поле внутри проводника отсутствует.

Поскольку внутри проводника напряженность электрического поля равна нулю, в технике этим пользуются для создания *электростатической защиты* от внешних электростатических полей. С этой целью прибор или установку окружают со всех сторон металлическим проводником (экраном). Экран может быть не сплошным, а в виде проводящей сетки.

Поскольку внутри проводника $E = 0$, то и $D = 0$, и $\oint_S D_n dS =$

$\sum_{i=1}^n q_i = 0$, т.е. *внутри проводника нет избыточных электрических зарядов*. Если заряжать проводник, т.е. сообщать ему избыточный заряд, то он будет располагаться на поверхности проводника. Концентрация зарядов на поверхности проводника в общем случае будет не постоянна, вблизи острых выступов она выше (рис.16). Соответственно, напряженность электрического поля наиболее высокая вблизи заостренных частей проводника. Например, на высоковольтных линиях электропередач концентрация зарядов и напряженность электрического поля вблизи проводов столь велика, что воздух ионизируется и происходит стекание электрических зарядов, сопровождающееся свечением и шорохом.

Поскольку внутри проводника напряженность электростатического поля равна нулю, а $E = -\nabla\varphi$ (см. п. 3.1.4), то $\varphi = const$, т.е. *потенциал во всех точках проводника одинаков и поверхность проводника эквипотенциальна*.

3.3.2. Емкость

Емкостью (или просто емкостью) проводника C называется количество электричества (заряд), необходимое для изменения его потенциала на единицу, т.е.

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость зависит от размеров и формы проводника, от диэлектрической проницаемости среды, в которой он находится, от наличия окружающих тел, но не зависит ни от заряда проводника, ни от его потенциала, а также не зависит от материала проводника.

Для примера рассчитаем емкость проводящего шара (см. пп. 3.1.5 и 3.1.8). Так как потенциал шара равен $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$, то

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r, \quad (1)$$

т.е. емкость шара пропорциональна его радиусу.

Емкость конденсатора равна отношению его заряда к разности потенциалов между пластинами:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (2)$$

Единица емкости называется *Фарад* (Ф) в честь М.Фарадея. Размерность емкости: $[C] = \frac{[q]}{[\varphi]} = 1\text{Кл}/1\text{В} = 1\text{Ф}$. Один Фарад – очень большая емкость. Так, емкость земного шара, рассчитанная по формуле (1), всего около 700 мкФ. Поэтому на практике широко используют более мелкие единицы емкости: микроФарад (мкФ), наноФарад (нФ), пикоФарад (пФ).

3.3.3. Плоский конденсатор

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных пластин, разделенных диэлектриком (рис.17).

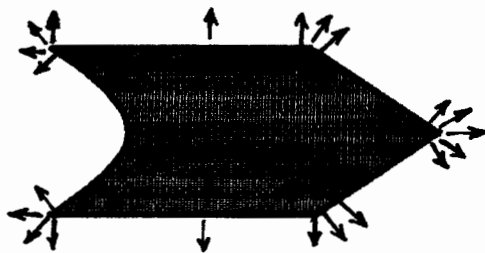


Рис.16

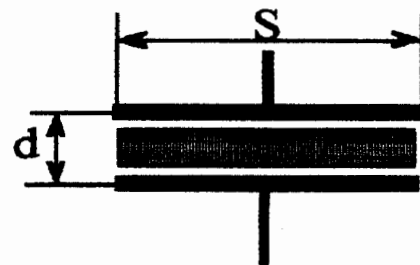


Рис.17

Рассчитаем емкость плоского конденсатора по формуле (2). Согласно п. 3.1.4 $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$, с другой стороны, напряженность поля плоского конденсатора, согласно п. 3.1.8, $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$, и $q = \sigma S$. Подставляя эти выражения в формулу (2), получим:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

т.е. емкость плоского конденсатора пропорциональна площади пластин S , диэлектрической проницаемости среды между пластинами ϵ и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами d . Для увеличения емкости конденсатора увеличивают площадь пластин (бумажные конденсаторы) или уменьшают расстояние между пластинами (оксидные конденсаторы).

3.3.4. Энергия заряженного проводника

Энергию заряженного проводника можно рассчитать через работу, которую необходимо совершить, чтобы переместить заряд из бесконечности, где потенциал $\varphi_\infty = 0$, на заряжаемый проводник, потенциал которого равен φ . Элементарная работа по перемещению заряда dq из бесконечности на проводник равна (см. п. 3.1.3):

$$dA = -(\varphi_\infty - \varphi)dq = \varphi dq,$$

так как $\varphi_\infty = 0$. Так как $q = C\varphi$, и $dq = C d\varphi$, то $dA = \varphi dq = C\varphi d\varphi$.

Полная работа по перемещению всего заряда проводника из бесконечности на проводник, равная энергии заряженного проводника (по закону сохранения энергии), находится интегрированием:

$$W = A = \int_0^\varphi C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad (1)$$

т.е. энергия пропорциональна емкости проводника и квадрату его потенциала.

Формулу (1) можно записать в виде:

$$W = \frac{q^2}{2C}, \quad (2)$$

если заменить $\varphi = \frac{q}{C}$.

Для расчета энергии заряженного конденсатора необходимо определить работу по перемещению зарядов с одной пластины конденсатора на другую. Тогда энергия заряженного конденсатора будет выражаться формулой, аналогичной формуле (1):

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}, \quad (3)$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

3.3.5. Энергия электрического поля

Энергию электрического поля можно рассчитать с помощью формулы (3) п. 3.3.4 для энергии заряженного конденсатора. Воспользуемся соотношениями $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ (см. п. 3.1.4) и $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ (см. п. 3.3.3). Тогда, подставляя значения $(\varphi_1 - \varphi_2)$ и C в формулу (3) п.3.3.4, получим:

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S d^2 E^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ – объем конденсатора.

Объемная плотность энергии, равная энергии единицы объема, выражается в виде:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (1)$$

Формула (1) не содержит каких-либо параметров конденсатора и дает общее выражение для объемной плотности энергии электрического поля. Как видно из формулы (1), плотность энергии пропорциональна квадрату напряженности электрического поля и зависит от диэлектрической проницаемости среды. Тот факт, что каждая единица объема электрического поля обладает определенной энергией, свидетельствует о том, что силовое поле является одним из видов материи, равноправным с веществом.

3.3.6. Энергия системы зарядов

Два точечных электрических заряда q_1 и q_2 , взаимодействуя между собой, обладают потенциальной энергией. Действительно,

$$W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}),$$

где φ_{12} – потенциал поля, созданного зарядом q_2 в точке, где находится заряд q_1 ; φ_{21} – потенциал поля, созданного зарядом q_1 в точке, где находится заряд q_2 . Энергия произвольной системы неподвижных точечных зарядов $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$ выражается аналогичной формулой:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал поля, созданного всеми зарядами, кроме q_i , в точке, где располагается заряд q_i .

3.4. Электрический ток в металлах

3.4.1. Сила и плотность тока

Электрический ток – это направленное движение электрических зарядов. За направление электрического тока условно принимается направление движения положительных зарядов. Носителями зарядов являются: в металлах – свободные электроны, в электролитах – положительные и отрицательные ионы, в газах – положительные и отрицательные ионы и электроны, в полупроводниках – электроны и дырки (положительные носители).

Для возникновения и поддержания электрического тока необходимы два условия: *наличие свободных электрических зарядов и наличие электрического поля в проводнике.*

Сила тока – по определению, заряд, протекающий через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

Сила тока – величина скалярная. Если сила тока не изменяется во времени, такой ток называется *постоянным*, в противном случае – *переменным*. Если ток постоянный, то силу тока можно вычислить, просто поделив заряд q на время t , за которое заряд прошел через данное сечение проводника: $I = \frac{q}{t}$. Сила тока измеряется в *Амперах* (А), единица силы тока – Ампер – является основной электрической единицей системы СИ.

Сила тока, приходящаяся на единицу площади поперечного сечения проводника, называется *плотностью тока*:

$$j = \frac{dI}{dS}. \quad (2)$$

Плотность тока, в отличие от силы тока, – величина векторная. Вектор плотности тока \vec{j} имеет направление, совпадающее с направлением движения положительных носителей заряда в проводнике.

3.4.2. Законы Ома и Джоуля – Ленца

3.4.2.1. Закон Ома

Закон Ома для участка электрической цепи, не содержащего источников тока, имеет вид:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1)$$

где U – напряжение на концах данного участка цепи, R – сопротивление этого участка.

Закон Ома для замкнутой электрической цепи имеет вид:

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i}{R + r}, \quad (2)$$

где \mathcal{E}_i – э.д.с. источников тока, R – полное сопротивление внешнего участка цепи, r – сопротивление внутреннего участка цепи.

Сопротивление однородного проводника длиной l и поперечным сечением S вычисляется по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3)$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника. Величина, обратная сопротивлению $\frac{1}{R}$, называется *проводимостью* и измеряется в *Сименсах (См)*. Величина, обратная удельной проводимости $\sigma = \frac{1}{\rho}$, называется *удельной проводимостью*. Удельное сопротивление ρ зависит от температуры. Зависимость удельного сопротивления типичных проводников – металлов от температуры представлена на рис.18. В широком интервале температур

$$\rho = \rho_0 \alpha T, \quad (4)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при $T = 273 \text{ К}$ (0°C), α – температурный коэффициент сопротивления. Для многих чистых металлов $\alpha = \frac{1}{273} \text{ К}^{-1}$.

В области низких температур у различных металлов возможны различные зависимости удельного сопротивления от температуры (рис.18). У чистых металлов при $T \rightarrow 0$ $\rho \rightarrow 0$. У металлов, содержащих примеси, дефекты кристаллической решетки, у сплавов при $T \rightarrow 0$ удельное сопротивление стремится к некоторому конечному значению $\rho_{ос}$, называемому *остаточным*. Величина остаточного сопротивления может служить критерием чистоты металла – чем ниже остаточное сопротивление, тем чище металл.

Наконец, у некоторых металлов при определенной температуре T_c , называемой *критической*, сопротивление скачком падает до нуля и остается таким при дальнейшем снижении температуры. Это явление называется *сверхпроводимостью*. У обычных металлов и металлических сплавов критическая температура невелика и не превышает примерно 23 К, что соответствует температуре жидкого водорода или гелия. Жидкий водород взрывоопасен, жидкий гелий – дорог, и это обстоятельство затрудняло практическое применение сверхпроводимости. В 1986 г. было открыто явление *высокотемпературной сверхпроводимости*. Так называют сверхпроводимость, возникающую при температуре жидкого азота ($T_c \geq 77K$). Высокотемпературная сверхпроводимость наблюдается в металллокерамических композиционных материалах на основе редкоземельных элементов. Примером высокотемпературного сверхпроводника может служить псевдосплав нестехиометрического состава $Y_{1,2}Ba_{0,8}CuO_{4-\delta}$, где $0 \leq \delta \leq 0,4$. Критическая температура этого сплава $T_c \approx 102K$ – одна из наиболее высоких.

Закон Ома, записанный в форме уравнения (1), называется *законом Ома в интегральной форме*, так как описывает связь между током и напряжением в конечном объеме проводника. Он применим только для однородных проводников. Если проводник неоднородный, т.е. его удельное сопротивление или площадь сечения не постоянны по длине, или электрическое поле внутри проводника неоднородно, закон Ома в такой форме применять нельзя. В этом случае справедлив *закон Ома в дифференциальной форме*, записанный для бесконечно малого элемента проводника (рис.19). Для этого элемента закон Ома запишем в виде $I = \frac{dU}{R}$, где $R = \rho \frac{dl}{S}$. Поскольку длина элемента бесконечно мала, можно считать проводимость, площадь сечения и напряженность электрического поля постоянными в пределах этого элемента.

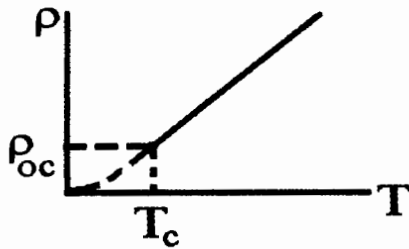


Рис.18

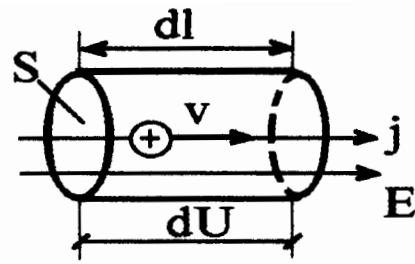


Рис.19

Тогда на основании п. 3.1.4 можно записать $dU = Edl$. Учитывая, что $I = jS$ (j – плотность тока), получаем:

$$j = \frac{Edl}{S \frac{\rho dl}{S}} = \frac{E}{\rho} = \sigma E. \quad (5)$$

Это выражение и называют *законом Ома в дифференциальной форме*. В векторной записи он выглядит так:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (6)$$

3.4.2.2. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Закон Джоуля – Ленца определяет количество теплоты, выделяющееся в проводнике при протекании электрического тока:

$$Q = IUt. \quad (1)$$

Выражая напряжение через силу тока и сопротивление из закона Ома, получим $Q = I^2 Rt$, выражая силу тока через напряжение и сопротивление, аналогично получим $Q = \frac{U^2}{R} t$.

Мощность тока равна количеству тепла, выделяющегося в проводнике в единицу времени:

$$N = \frac{dQ}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (2)$$

Формула (1) выражает закон Джоуля – Ленца в *интегральной форме*, так как описывает тепловыделение в конечном объеме проводника. Действуя аналогично тому, как это сделано при выводе

закона Ома в дифференциальной форме (формула (5) п. 3.4.2.1), получим закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \frac{dN}{dV} = \sigma E^2, \quad (3)$$

где w - *объемная плотность мощности*, т.е. мощность, выделяющаяся в единице объема проводника.

3.4.3. Классическая электронная теория проводимости металлов

Законы Ома и Джоуля – Ленца можно вывести на основе *классической электронной теории*, согласно которой носителями зарядов в металлах являются свободные электроны, совершающие внутри металла хаотическое тепловое движение. Под действием электрического поля в проводнике электроны приобретают также скорость направленного движения, или *дрейфовую скорость*, которая и связана с переносом заряда, т.е. с электрическим током. Электроны рассматриваются как классический электронный газ, к которому применима молекулярно – кинетическая теория газов. Электрическое поле в проводнике действует на электрон с постоянной силой, которая сообщает электрону ускорение. В момент неупругого столкновения электрона с находящимся в узле кристаллической решетки положительным ионом электрон всю накопленную кинетическую энергию направленного движения передает иону, амплитуда колебаний которого возрастает. Так классическая электронная теория трактует переход энергии электрического тока в теплоту и природу электросопротивления.

Выведем с помощью этой теории законы Ома и Джоуля – Ленца в дифференциальной форме. Выразим плотность тока как заряд, проходящий через единичную площадку проводника в единицу времени (рис. 20). Заряженные частицы под действием электрического поля движутся вдоль оси x перпендикулярно площадке ΔS со средней скоростью направленного движения (дрейфовой скоростью) v_d . Число частиц, пересекающих площадку ΔS за время Δt , равно количеству частиц, заключенному в объеме заштрихованного цилиндра

$V_c = v_d \Delta t \Delta S$. Следовательно, заряд, прошедший через площадку ΔS за время Δt :

$$\Delta q = V_c n e = \Delta S v_d \Delta t n e,$$

где n – число частиц в единице объема (концентрация носителей заряда), e – заряд одного носителя (заряд электрона). Тогда плотность тока выразится в виде:

$$j = \frac{\Delta q}{\Delta S \Delta t} = n e v_d. \quad (1)$$

Теперь найдем среднюю дрейфовую скорость электронов. На электрон со стороны электрического поля действует сила $F = eE$. Запишем второй закон Ньютона для электрона, движущегося под действием электрической силы

$$m a = F = e E,$$

и выразим отсюда ускорение электрона

$$a = \frac{e}{m} E.$$

Поскольку электрическое поле однородное ($E = \text{const}$), то ускорение постоянно и движение электрона равноускоренное. При отсутствии начальной скорости

$$v_d = a t.$$

Свободный пробег электрона ограничен столкновениями с узлами кристаллической решетки. Средняя длина свободного пробега

$$\lambda = \tau u,$$

где u – средняя скорость теплового движения ($u \gg v_d$), τ – время свободного пробега. Согласно молекулярно – кинетической теории газов

$$u = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}},$$

где k – постоянная Больцмана. Средняя скорость теплового движения на несколько порядков больше дрейфовой скорости, поэтому время свободного пробега τ определяется именно тепловой скоростью: $\tau = \frac{\lambda}{u}$.

Таким образом, электрон разгоняется полем до максимальной скорости

$$v_m = a\tau = \frac{a\lambda}{u},$$

затем в момент удара теряет скорость (останавливается), снова разгоняется, и т.д. График изменения скорости направленного движения (дрейфовой скорости) электрона во времени изображен на рис. 21.

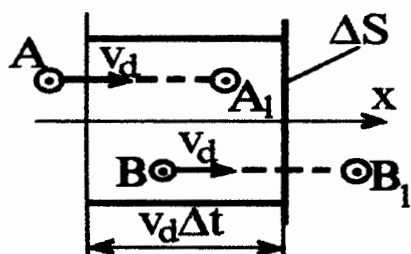


Рис.20

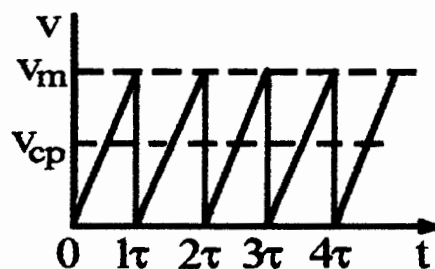


Рис.21

Тогда средняя дрейфовая скорость

$$v_d = \frac{v_m}{2} = \frac{a\lambda}{2u} = \frac{e\lambda}{2m\mu} E. \quad (2)$$

Подставляя уравнение (2) в уравнение (1), получим:

$$j = \frac{ne^2\lambda}{2m\mu} E = \sigma E. \quad (3)$$

Это и есть закон Ома в дифференциальной форме. Для удельной проводимости мы получили выражение:

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2m\mu}. \quad (4)$$

Как видно из формулы (4), проводимость металла, согласно классической электронной теории, обратно пропорциональна средней тепловой скорости электронов u , и, следовательно, *корню квадратному из абсолютной температуры*. Таким образом, согласно этой теории, удельное сопротивление металлов пропорционально

корню квадратному из температуры. Однако хорошо известно из экспериментов, что на самом деле в широком диапазоне температур удельное сопротивление металлов прямо пропорционально температуре (см. п. 3.4.2.1). Это расхождение теории и эксперимента является главным недостатком классической электронной теории металлов и говорит о ее несовершенстве. Правильную температурную зависимость сопротивления металлов дает только квантовая теория электропроводности.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме выводится из аналогичных соображений. Полагаем, что кинетическая энергия электрона в момент столкновения с узлом кристаллической решетки $E_k = \frac{mv_{max}^2}{2}$ передается последнему и полностью превращается в теплоту.

Теплота, выделяющаяся в единице объема проводника в единицу времени, равна объемной плотности тепловой мощности:

$$w = \frac{nE_k}{\tau} = \sigma E^2. \quad (5)$$

3.5. Электропроводность газов

3.5.1. Ионизация и рекомбинация

При нормальных условиях газы являются диэлектриками, так как в них отсутствуют свободные заряды. Чтобы газ стал проводником, его надо ионизировать. Ионизация может осуществляться внешним ионизатором: облучением частицами высокой энергии, нагреванием. В этом случае проводимость газа называется *несамостоятельной*. После прекращения действия ионизатора *несамостоятельная* проводимость прекращается.

В сильных электрических полях ионизация возможна без внешнего ионизатора. В таком случае проводимость газа называется *самостоятельной*.

Одновременно с процессом ионизации в газах происходит обратный процесс *рекомбинации* – соединение ионов противоположных

знаков или электронов и положительных ионов в нейтральные молекулы и атомы. Если энергия ионизатора постоянна, в газе устанавливается динамическое равновесие между процессами ионизации и рекомбинации и сохраняется постоянная концентрация ионов.

3.5.2. Несамостоятельная проводимость газов

На рис.22 изображена установка для изучения газового разряда (тока в газах). Ионы противоположных знаков, возникающие в баллоне под действием ионизатора, перемещаются электрическим полем к электродам соответствующих знаков. При увеличении разности потенциалов между электродами сначала наблюдается рост силы тока (рис.23). Затем наступает насыщение и сила тока перестает расти. В своей начальной части вольт – амперная характеристика несамостоятельного разряда в газе примерно соответствует закону Ома (рис.23).

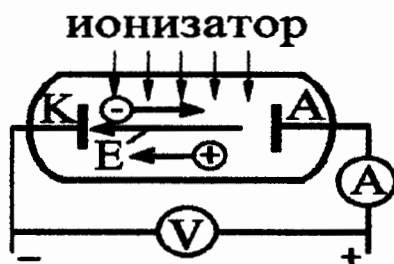


Рис.22

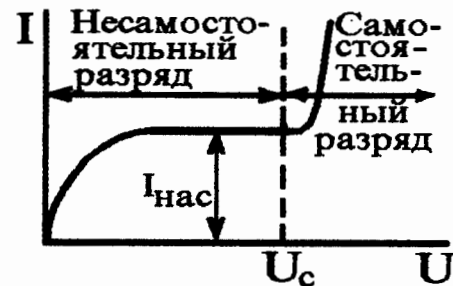


Рис.23

Плотность тока складывается из двух составляющих, вызванных встречным движением положительных и отрицательных зарядов (см. п. 3.4.3):

$$j = j_+ + j_- = q_+ n_+ v_{d+} + q_- n_- v_{d-}.$$

Здесь q_+, q_- — заряды положительных и отрицательных носителей. Дрейфовые скорости носителей пропорциональны напряженности электрического поля:

$$v_{d+} = b_+ E; \quad v_{d-} = b_- E.$$

Коэффициенты b_+ и b_- называются *подвижностями* носителей зарядов соответствующих знаков. Следовательно,

$$j = (q_+ n_+ b_+ + q_- n_- b_-) E = \sigma E. \quad (1)$$

В данном случае, в отличие от металлов, проводимость складывается из проводимостей, обусловленных движением положительных и отрицательных частиц:

$$\sigma = q_+ b_+ n_+ + q_- n_- b_-. \quad (2)$$

При несамостоятельном разряде рост тока с ростом напряжения объясняется тем, что при низких напряжениях не все образующиеся в единицу времени заряды достигают электродов. Чем выше напряжение, тем большая часть носителей достигает электродов. При насыщении сила тока перестает расти, так как все созданные ионизатором заряды достигают электродов. Для увеличения силы тока в этом случае требуется увеличить мощность ионизатора, т.е. увеличить концентрацию зарядов.

3.5.3. Самостоятельная проводимость газов

При некотором напряжении U_c (рис.23) наблюдается резкий рост силы тока вследствие явления *ударной ионизации*. При $U \leq U_c$ столкновения между электронами, ионами и нейтральными атомами носят в основном упругий характер. При $U \geq U_c$ столкновения становятся неупругими, следствием столкновений является передача энергии нейтральным атомам или молекулам и ионизация последних. Оторвавшиеся электроны, ускоренные электрическим полем, ионизируют другие атомы или молекулы. Происходит лавинообразное увеличение числа носителей заряда и сила тока резко растет. При этом часть силы тока, вызванная движением электронов, может составлять большую долю от общей силы тока. При самостоятельном разряде бомбардировка катода положительными ионами приводит к его нагреванию и интенсивной *термоэлектронной эмиссии*. Вылетающие из катода электроны ускоряются электрическим полем и вызывают ударную ионизацию.

Возбужденные в процессе ударной ионизации молекулы, возвращаясь в невозбужденное состояние, отдают энергию в виде излучения, спектр которого определяется природой газа, а характер свечения зависит от давления газа и разности потенциалов между электродами. В связи с этим различают следующие виды самостоятельных разрядов.

1. Тлеющий разряд представляет собой ток в разреженных газах при высоких напряжениях (давление газа порядка 1 мм рт. ст., напряжение – несколько сотен вольт). Проводимость обусловлена в основном движением электронов и положительных ионов, выбивающих электроны из катода. Сопровождается холодным свечением. Применяется в газосветных трубках, испускающих излучения разного цвета в зависимости от природы газа.

2. Дуговой разряд характеризуется большими значениями плотности тока (тысячи Ампер на квадратный мм) и небольшими напряжениями (десятки Вольт). Сопровождается сильным свечением и высокой температурой дуги (3000 – 6000 градусов Цельсия). Ток обусловлен движением электронов, вылетающих из раскаленного катода, и ионов, образующихся при тепловых столкновениях. Применяется для сварки, освещения, получения высоких температур.

3. Искровой разряд представляет собой пробой газов при атмосферном давлении при высоких напряжениях за счет лавинообразного возрастания числа ионов. Применяется, например, для электроискровой обработки металлов. Типичным примером искрового разряда является молния.

4. Коронный разряд представляет собой слабые токи при атмосферном давлении, вызванные сильно неоднородным электрическим полем при высокой местной напряженности вблизи острых выступов, тонких проводов и т.п. Наблюдается в виде слабого свечения и вызывает значительные потери электроэнергии в высоковольтных линиях электропередач.

3.5.4. Плазма

Плазмой называют особое агрегатное состояние вещества, характеризующееся высокой степенью ионизации его атомов и молекул. В зависимости от степени ионизации α плазма делится на *слабоионизированную* (α – доли процента), *частично ионизированную*

(α – несколько процентов), и *полностью ионизированную* (α близка к 100%).

Слабоионизированной плазмой является ионосфера. Горячие звезды, в т.ч. Солнце – полностью ионизированная плазма. Искусственная плазма разной степени ионизации образуется при газовых разрядах.

Плазма обладает высокой электропроводностью, что приближает ее к проводникам. Электропроводность и теплопроводность полностью ионизированной плазмы пропорциональны температуре соответственно в степени $\frac{3}{2}$ и $\frac{5}{2}$.

Возможность управлять движением плазмы в электрических и магнитных полях позволяет использовать ее в качестве рабочего тела в устройствах для прямого преобразования тепловой энергии в электрическую – так называемых *магнитогидродинамических генераторах* (МГД – генераторах). Плазма широко применяется в технологических процессах – резка металлов плазменными горелками, плазменное нанесение покрытий и т.п. Плазма является необходимым условием протекания управляемой термоядерной реакции. Для осуществления термоядерного синтеза плазму нагревают до температуры порядка $10^7 \dots 10^8$ К пропусканием мощных электрических разрядов.

3.6. Магнитное взаимодействие

3.6.1. Сила Ампера

На помещенный в магнитное поле проводник с током действует сила, называемая *силой Ампера*:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}], \quad (1)$$

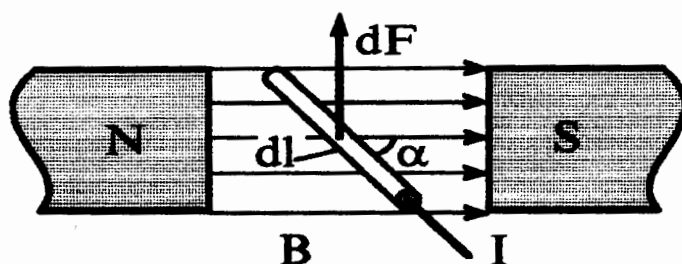


Рис.24

где dl – элемент длины проводника, направление вектора $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока, \vec{B} – вектор магнитной индукции. Рис.24 иллюстрирует действие силы Ампера на элемент проводника с током длиной dl . Направление силы Ампера находится по правилу векторного произведения (формула (1)) или по *правилу левой руки*: силовые линии магнитного поля (вектор магнитной индукции) входят в ладонь левой руки, вытянутые четыре пальца направлены по току, тогда отставленный под углом 90 градусов большой палец показывает направление силы Ампера.

В скалярной форме сила Ампера выражается в виде:

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (2)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} (направлением тока и направлением силовых линий магнитного поля). Если $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $dF = IBdl$. Отсюда можно выразить величину вектора магнитной индукции:

$$B = \frac{dF}{Idl}.$$

Следовательно, магнитная индукция B численно равна силе, действующей на проводник единичной длины, по которому течет ток единичной силы, когда проводник расположен перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. Единица измерения магнитной индукции называется Тесла (Тл), размерность ее следующая: $[B] = \frac{[F]}{[I] \cdot [l]} = 1\text{Н}/(1\text{А} \cdot 1\text{м}) = 1\text{кг}/(1\text{А} \cdot 1\text{с}^2) = 1\text{Тл}$.

3.6.2. Магнитное поле

Магнитное поле – материальная среда, через которую осуществляется магнитное взаимодействие. Магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами и переменным электрическим полем, и действует только на движущиеся электрические заряды (т.е. электрические токи). Магнитное поле, наряду с электрическим, является одной из двух составляющих единого электромагнитного поля.

Количественно магнитное поле характеризуется вектором магнитной индукции, физический смысл которого рассмотрен в разделе 3.6.1. Наряду с индукцией существует другая силовая характеристика магнитного поля – *напряженность*. Напряженность магнитного поля не зависит от свойств среды, в которой это поле существует, тогда как индукция магнитного поля одного и того же источника различна в различных средах. Напряженность магнитного поля не изменяется при переходе из одной среды в другую, а индукция изменяется. Вектора индукции магнитного поля \vec{B} и напряженности магнитного поля \vec{H} связаны соотношением:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (3)$$

где μ – относительная магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз магнитная сила в данной среде больше или меньше, чем в вакууме; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м) – магнитная постоянная. В вакууме $\mu = 1$, в веществе μ может быть как больше, так и меньше единицы.

3.6.3. Сила Лоренца

Силой Лоренца называют силу, действующую на электрический заряд, движущийся в магнитном поле. Сила Лоренца равна

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (4)$$

где \vec{v} – скорость заряда. В скалярной форме:

$$F = qvB \sin \alpha, \quad (5)$$

где α – угол между векторами скорости и магнитной индукции.

Направление силы Лоренца находится по правилу векторного произведения (4), наглядно иллюстрируемого *правилом левой руки* (см. п. 3.6.1). Как видно из формулы (5), если частица движется *параллельно* силовым линиям магнитного поля (параллельно вектору магнитной индукции), то $\alpha = 0$ и $F = 0$. Если частица движется перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и сила Лоренца максимальна:

$$F = qvB. \quad (6)$$

Действие силы Лоренца на движущийся положительный заряд иллюстрируется рис.25. Направление силы Лоренца зависит от знака заряда. Правило левой руки справедливо *только для положительных зарядов*. Сила, действующая на отрицательный заряд, направлена в *противоположную* сторону.

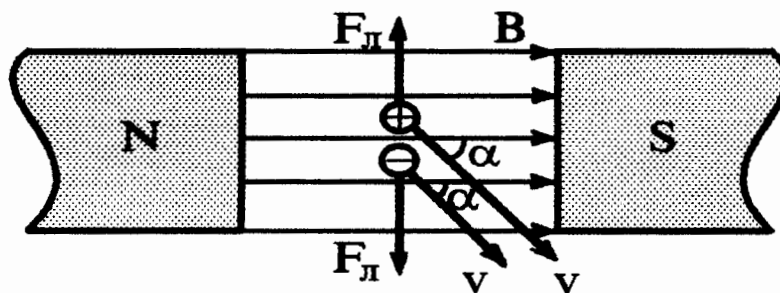


Рис.25

Под действием силы Лоренца траектория заряженных частиц в магнитном поле искривляется. Это явление используется в ускорителях заряженных частиц, в электронно-лучевых трубках и т.п. Рассмотрим движение положительно заряженной частицы, влетающей в магнитное поле перпендикулярно силовым линиям (рис.26). Силовые линии направлены к нам. Сила Лоренца перпендикулярна скорости и играет роль центростремительной силы, поэтому частица движется по окружности. Поскольку скорость частицы постоянна, тангенциальное ускорение равно нулю. Второй закон Ньютона для этой частицы запишется в виде:

$$m \frac{v^2}{R} = F = qvB.$$

Отсюда выразим радиус траектории:

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (7)$$

Период обращения частицы по окружности:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (8)$$

Следовательно, период обращения частицы не зависит от скорости частицы, хотя радиус траектории пропорционален скорости. Это обстоятельство используется в ускорителях заряженных частиц – циклотронах. Частица, разгоняясь, увеличивает радиус траектории, но время, за которое она совершает один оборот, остается прежним.

Если заряженная частица влетает в магнитное поле под углом $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, то она движется по винтовой линии (рис.27). Найдем шаг винтовой линии. Для этого разложим скорость частицы на две составляющие v_{\parallel} и v_{\perp} :

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha.$$

Со скоростью v_{\perp} частица движется по окружности с периодом, определяемым формулой (8), и за один период она со скоростью v_{\parallel} пройдет расстояние, равное шагу винтовой линии h :

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v}{qB} \cos \alpha. \quad (9)$$

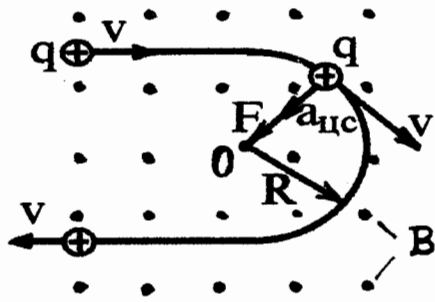


Рис.26

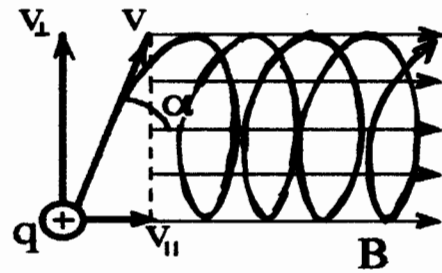


Рис.27

3.6.4. Закон Био – Савара

Закон Био – Савара определяет индукцию магнитного поля элемента проводника длиной dl , по которому течет ток силой I , в точке, удаленной от этого элемента на расстояние r :

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}. \quad (10)$$

В скалярной форме:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}. \quad (11)$$

Смысл величин, входящих в уравнения (10) и (11), поясняет рис.28. Направление вектора $d\vec{B}$ определяется по правилу векторного произведения (10). Для простоты можно воспользоваться *правилом правого винта (правилом буравчика)*. Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат перемножаемые вектора $d\vec{l}$ и \vec{r} . Направление вектора $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока в проводнике. Направление вектора \vec{r} – из элемента проводника в рассматриваемую точку.

Закон Био – Савара позволяет рассчитывать индукцию магнитного поля, созданного проводниками с током сложной формы. Как это делается, показано в следующих разделах.

3.6.4.1. Индукция магнитного поля бесконечно длинного прямого проводника с током

Задача иллюстрируется рис.29, из которого видно, что

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}, \quad r = \frac{R}{\sin \alpha}.$$

По формуле (11) имеем:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I r d\alpha \sin \alpha}{\sin^2 \alpha r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I d\alpha}{r},$$

или, окончательно:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \sin \alpha d\alpha.$$

Чтобы найти индукцию поля, создаваемого в точке М всеми элементами бесконечно длинного прямого проводника, надо проинтегрировать полученное выражение по всей длине провода, т.е. в пределах изменения угла α от нуля до π :

$$B = \int_{\alpha=0}^{\alpha=\pi} dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{\pi} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (12)$$

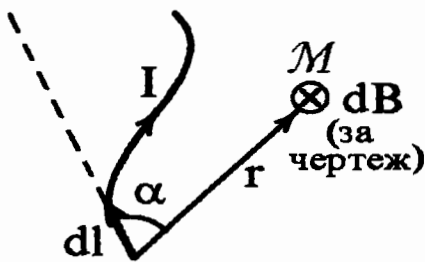


Рис.28

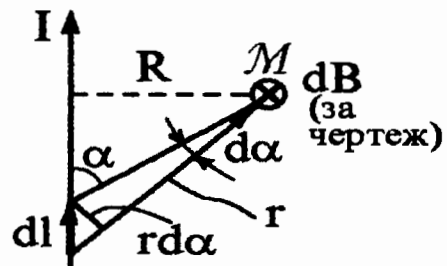


Рис.29

3.6.4.2. Индукция магнитного поля в центре кругового витка с током

Задача иллюстрируется рис.30. Из рис.30 следует:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl}{4\pi R^2} \sin \alpha.$$

В данном случае $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $dl = R d\varphi$, тогда

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I R d\varphi}{4\pi R^2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} d\varphi.$$

Интегрируя по длине контура, т.е. в пределах изменения угла φ от 0 до 2π , получим:

$$B = \int dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}. \quad (13)$$

В технике часто используются плоские катушки, состоящие из N витков близкого диаметра, расположенных практически в одной плоскости. В этом случае индукция в центре такой катушки равна сумме индукций отдельных витков. Используя формулу (13) для индукции одного витка, получаем для такой катушки:

$$B = \frac{\mu\mu_0 NI}{2R}. \quad (14)$$

Из формулы (13) легко выразить размерность единицы напряженности магнитного поля $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$: $[H] = \frac{[I]}{[R]} = 1 \text{ А/м}$.

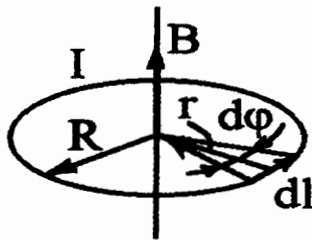


Рис.30

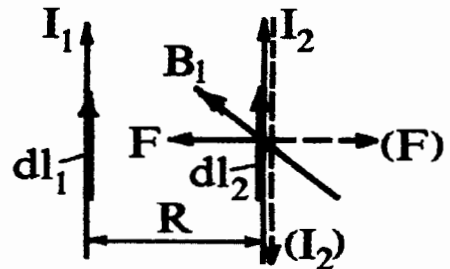


Рис.31

3.6.4.3. Сила взаимодействия двух бесконечных проводников с током

Будем считать, что первый проводник создает магнитное поле (рис.31), а второй проводник находится в этом поле и испытывает действие магнитной силы (силы Ампера, см.п.3.6.1). Сила Ампера, действующая со стороны магнитного поля первого проводника на элемент длины Δl_2 второго, равна

$$\Delta F = B_1 I_2 \Delta l_2 \sin \alpha.$$

Найдем силу, действующую на единицу длины второго проводника, т.е. $\Delta l_2 = 1$. Так как в данном случае $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $B = \frac{\mu \mu_0 I_1}{2\pi R}$, следовательно,

$$F = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}. \quad (15)$$

На рис.31 показано направление силы взаимодействия двух проводников с током в двух случаях: токи параллельны (сплошные линии) и токи антипараллельны (текут в противоположные стороны) (пунктир).

Формула (15) служит для определения единицы силы тока в системе СИ.

3.7. Контур с током в магнитном поле

3.7.1. Магнитный момент контура с током

Магнитным моментом контура с током называется вектор, модуль которого равен произведению силы тока на площадь контура (рис.32):

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}, \quad (1)$$

где \vec{n} – единичный вектор нормали. Направление вектора магнитного момента связано с направлением тока в контуре правилом правого винта (правилом буравчика) (см. рис.32).

3.7.2. Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле

На рис.33 изображено сечение контура с током, находящегося в магнитном поле. Плоскость контура перпендикулярна плоскости чертежа. Для простоты будем считать контур прямоугольником со сторонами a и b . Силы Ампера F_A создают вращающий момент, действующий на контур:

$$M = F_A h = F_A b \sin \alpha,$$

где сила Ампера $F_A = Iba$, α – угол между векторами магнитного момента \vec{P}_m и магнитной индукции \vec{B} . Тогда вращающий момент равен:

$$M = I B a b \sin \alpha = I B S \sin \alpha.$$

Так как произведение $IS = P_m$, то

$$M = P_m B \sin \alpha. \quad (3)$$

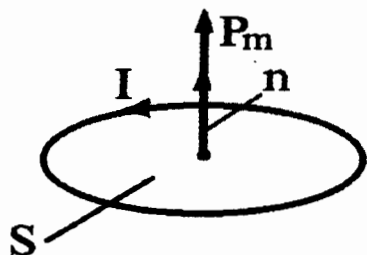


Рис.32

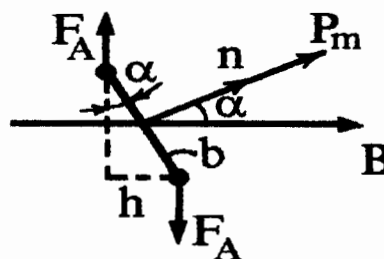


Рис.33

Поскольку величины P_m и B – векторные, и α – угол между этими векторами, то формула (3) является скалярной формой векторного произведения

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \times \vec{B}]. \quad (4)$$

Из формулы (3) видно, что наибольшее значение вращательный момент имеет при $\alpha = \frac{\pi}{2}$, т.е. когда плоскость контура параллельна вектору магнитной индукции \vec{B} :

$$M_{max} = P_m B.$$

Когда $\alpha = 0$, т.е. плоскость контура перпендикулярна вектору магнитной индукции \vec{B} , вращающий момент равен нулю. Таким образом, в магнитном поле контур с током будет ориентироваться под действием вращающего момента таким образом, чтобы его плоскость была перпендикулярна силовым линиям поля.

3.7.3. Магнитный поток

Элементарным потоком вектора магнитной индукции через малую площадку dS (элементарным магнитным потоком) называется величина

$$d\Phi_B = B_n dS,$$

где B_n – нормальная составляющая вектора \vec{B} (рис.34).

Так как $B_n = B \cos \alpha$, то $d\Phi_B = B dS \cos \alpha = B dS_n$, где dS_n – проекция площадки dS на плоскость, перпендикулярную вектору \vec{B} .

Магнитный поток через произвольную поверхность S найдется интегрированием:

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S B dS \cos \alpha = \int_S B_n dS.$$

Единица магнитного потока называется Вебер (Вб): $[\Phi] = [B] \cdot [S] = 1 \text{ Тл} \times 1 \text{ м}^2 = 1 \text{ В} \times 1 \text{ с} = 1 \text{ Вб}$.

Однородное магнитное поле – такое поле, в каждой точке которого вектор магнитной индукции одинаков. Силовые линии такого поля параллельны. Такое поле возникает, например, внутри длинного соленоида вдали от его концов. Для однородного магнитного поля магнитный поток выражается формулой:

$$\Phi = \int_S B_n dS = B_n \int_S dS = B_n S. \quad (8)$$

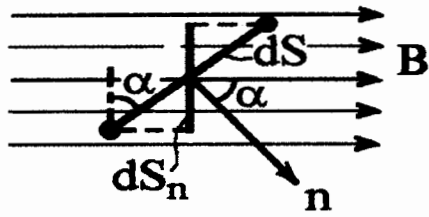


Рис.34

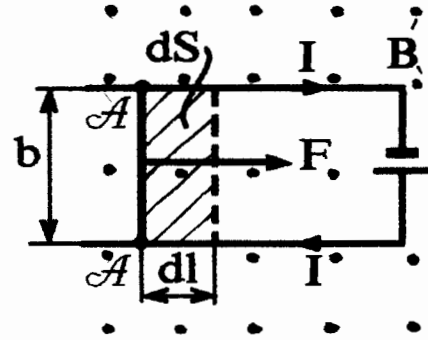


Рис.35

3.7.4. Работа по перемещению контура с током в магнитном поле

Найдем работу, которая совершается при перемещении контура с током в магнитном поле (рис.35). Рассмотрим контур, одна из сторон которого – AA – может скользить без трения по параллельным проводникам. По контуру течет ток I , контур помещен в магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости чертежа и направлены к нам. На подвижный проводник AA действует сила Ампера $F = IBb$, под действием которой проводник приходит в движение. Работа силы Ампера на элементарном перемещении dl равна:

$$dA = Fdl = IBbdl = IBdS = Id\Phi. \quad (9)$$

Таким образом, работа по перемещению проводника с током пропорциональна изменению магнитного потока, пересеченного этим проводником. Если просуммировать элементарные работы по перемещению всех участков контура, получим работу по перемещению контура с током в магнитном поле:

$$A = \int dA = I\Delta\Phi. \quad (10)$$

Теперь рассмотрим работу по перемещению контура с током, который поворачивается в магнитном поле (рис.36). Ось вращения контура перпендикулярна вектору магнитной индукции \vec{B} и плоскости чертежа. Под действием момента пары сил Ампера контур будет поворачиваться. При повороте контура на элементарный угол

$d\alpha$ будет совершена работа $dA = M d\alpha$. Подставляя в это выражение величину вращающего момента из формулы (3), получим:

$$\begin{aligned} dA &= P_m B \sin \alpha d\alpha = IBS \sin \alpha d\alpha = \\ &= IBS d(\cos \alpha) = Id(BS \cos \alpha) = Id\Phi, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Phi = BS \cos \alpha$. И в этом случае работа пропорциональна изменению магнитного потока, т.е. формулы (9) и (10) универсальны.

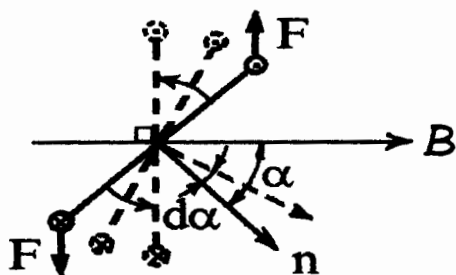


Рис.36

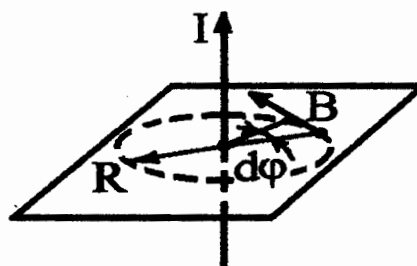


Рис.37

3.7.5. Циркуляция вектора магнитной индукции

Циркуляцией вектора магнитной индукции по замкнутому контуру l называется выражение вида $\oint_l B_l dl$, где B_l – касательная составляющая вектора магнитной индукции \vec{B} .

Рассчитаем циркуляцию вектора магнитной индукции поля бесконечно длинного прямого провода (рис.37). Направление вектора магнитной индукции определяется правилом правого винта. Так как $dl = R d\varphi$, то $\oint B_l dl = \oint B R d\varphi$. Подставив в это выражение величину B из формулы (12) раздела 3.6.4, получим

$$\oint B_l dl = \oint \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R} R d\varphi = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi} \oint d\varphi = \mu\mu_0 I. \quad (12)$$

Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру пропорциональна току, протекающему внутри этого контура.

Если контур охватывает несколько проводников с током, то по принципу суперпозиции

$$\oint B_1 dl = \mu\mu_0 \left(\sum_{i=1}^n I_i \right). \quad (13)$$

Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру пропорциональна *алгебраической* сумме токов, охватываемых этим контуром. Правило знаков для токов: ток считается положительным, если он связан с направлением обхода контура правилом правого винта.

В отличие от электростатического поля, которое потенциально и для которого циркуляция вектора напряженности равна нулю, для магнитного поля циркуляция вектора магнитной индукции не равна нулю. Это означает, что магнитное поле *не потенциально*.

3.7.6. Поле длинного соленоида и тороида

Используем теорему о циркуляции вектора магнитной индукции для расчета величины B внутри длинного соленоида (рис.38).

Рассчитаем циркуляцию вектора магнитной индукции по замкнутому контуру ABCDA, причем длину участков BC и AD будем считать бесконечно малой ($l_{AD} = l_{BC} \rightarrow 0$), а длину участков AB и CD $l_{AB} = l_{CD} \rightarrow \infty$. Тогда

$$\oint B_1 dl = \int_A^B B_1 dl + \int_B^C B_1 dl + \int_C^D B_1 dl + \int_D^A B_1 dl.$$

Первое и третье слагаемые равны нулю, так как на участках AB и CD $B_1 = 0$, четвертым слагаемым пренебрегаем, так как участок AD расположен бесконечно далеко от соленоида, где магнитное поле практически отсутствует. Тогда

$$\oint B_1 dl = \int_B^C B_1 dl = \mu\mu_0 NI,$$

где N – число витков соленоида.

Поскольку длина участка BC бесконечно мала, на этом участке можно считать $B_l = B = const$, и $\int_B^C B dl = Bl_{BC} = \mu\mu_0 NI$. Выражая отсюда величину B , получим:

$$B = \frac{\mu\mu_0 NI}{l_{BC}} = \mu\mu_0 I n, \quad (15)$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единице длины соленоида.

Из формулы (15) видно, что повысить индукцию внутри соленоида можно, увеличив число витков, силу тока или, проще всего, введя внутрь соленоида сердечник с большой магнитной проницаемостью (т.е. ферромагнитный).

На краях соленоида магнитное поле неоднородно, и формула (15) неприменима. Чтобы получить строго однородное поле, соленоиду придают форму тороида (рис.39).

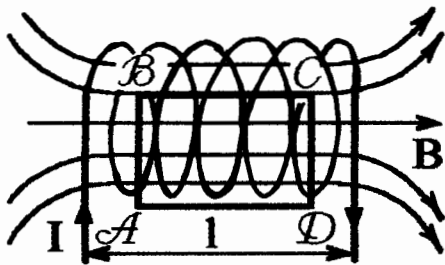


Рис.38

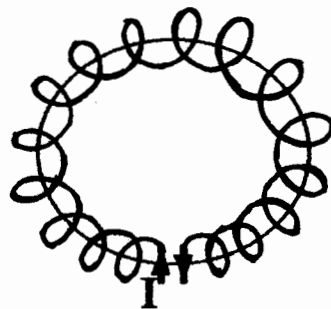


Рис.39

3.8. Электромагнитная индукция

3.8.1. Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции, открытое М.Фарадеем в 1831 г., свидетельствует о неразрывной связи электрического и магнитного полей. В трактровке самого Фарадея явление электромагнитной индукции заключается в возникновении э.д.с. и, следовательно, электрического тока в замкнутом проводящем контуре, помещенном в магнитное поле, при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур. Напомним, что элементарным магнитным потоком (точнее, потоком вектора \vec{B} через площадку dS) называется величина

$$d\Phi = B dS \cos \alpha,$$

где α – угол между нормалью к площадке dS и вектором \vec{B} (см. п. 3.7.3). Отсюда следуют три способа изменения магнитного потока:

1. изменение площади контура (практически трудно осуществим, так как требует деформации контура),
2. изменение угла α , т.е. вращение контура в магнитном поле. Это самый простой способ, именно он лежит в основе принципа действия промышленных генераторов электрического тока. Простейший генератор – рамка, вращающаяся между полюсами постоянного магнита,
3. изменение \vec{B} , т.е. переменное магнитное поле.

Простейший опыт, на котором можно продемонстрировать явление электромагнитной индукции (опыт Фарадея) заключается в следующем (рис.40). Если в катушку с достаточно большим числом витков, соединенную с гальванометром, внести постоянный магнит, то гальванометр покажет наличие тока. При вынимании магнита стрелка отклонится в противоположную сторону. Ток возникает только при движении магнита, если магнит в катушке неподвижен, тока нет. В этом опыте реализуется третий способ изменения магнитного потока – изменение индукции магнитного поля.

Позднее Дж.Максвеллом была дана более глубокая трактовка явления электромагнитной индукции. Чтобы понять ее, вдумаясь в перечисленные выше три способа изменения магнитного потока. Первые два (деформация контура и его вращение) связаны с перемещением контура или его части в магнитном поле. В этом случае

на свободные заряды в контуре, которые движутся вместе с ним, действует сила Лоренца. Она играет роль сторонней силы, которая заставляет частицы двигаться направленно, и ее действием объясняется возникновение э.д.с. в контуре. Но при *третьем* способе изменения магнитного потока контур остается неподвижным, значит, сила Лоренца не возникает. Что же приводит заряды в контуре в движение? На неподвижные заряды может действовать только электрическая сила, т.е. электрическое поле. Теперь становится ясной максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции: *переменное магнитное поле порождает переменное электрическое*, которое и вызывает движение электрических зарядов в контуре. Трактовка Максвелла шире фарадеевской: она указывает на единство природы электрического и магнитного полей.

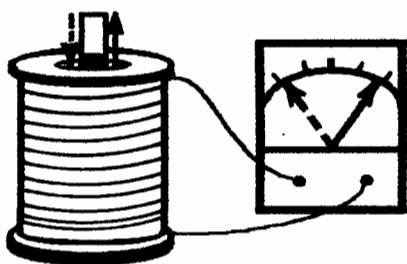


Рис.40

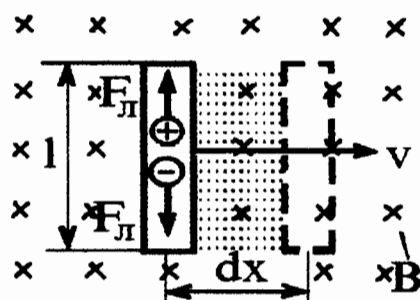


Рис.41

3.8.2. Закон Фарадея

3.8.2.1. Э.д.с. индукции

Закон электромагнитной индукции, носящий имя своего открывателя, является крупнейшим вкладом великого английского физика в развитие цивилизации. Закон электромагнитной индукции формулируется так: *э.д.с. индукции, возникающая в контуре, численно равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего*

этот контур, с обратным знаком:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

О смысле знака минус в законе Фарадея речь пойдет ниже. Для возникновения э.д.с. индукции необходимо именно *изменение* магнитного потока. Так, не будет возникать э.д.с. в контуре, поступательно перемещающемся в однородном магнитном поле.

Отметим, что в соответствии с максвелловской трактовкой явления электромагнитной индукции контур может быть и воображаемым. Например, рассмотрим металлический стержень, перемещающийся в однородном магнитном поле (см. рис.41). Силовые линии магнитного поля направлены за чертеж. Если обратиться к природе явления электромагнитной индукции (см. предыдущий раздел), станет понятным, что под действием силы Лоренца на концах стержня возникает разность потенциалов (верхний конец будет иметь более высокий потенциал). Тока в данном случае не возникает, так как контур не замкнут. По этой же причине разность потенциалов на концах стержня равна э.д.с. (стержень является как бы источником тока с разомкнутыми полюсами). Как здесь применить закон Фарадея?

В данном случае $d\Phi = BdS$, где dS – площадь, ограниченная двумя положениями стержня при его перемещении: $dS = ldx$. Тогда для э.д.с. индукции имеем:

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv.$$

Рассмотрим еще один практически важный случай – возникновение э.д.с. в рамке, вращающейся в магнитном поле. Пусть рамка имеет площадь S , содержит N витков и вращается с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B . В этом случае $\Phi = BNS \cos \alpha$, где $\alpha = \omega t$. Тогда

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = BSN\omega \sin \omega t.$$

3.8.2.2. Правило Ленца

Знак *минус* в законе Фарадея выражает *правило Ленца*, которое гласит: *индукционный ток имеет такое направление, что стремится ослабить действие причины, вызвавшей этот ток.*

Правило Ленца можно проиллюстрировать на простом опыте. Возьмем коромысло, на концах которого укреплены два легких проводящих кольца – одно цельное, другое разрезанное. Коромысло установим на подставку с острием (рис.42). Если быстро внести магнит в сплошное кольцо, оно будет отталкиваться от магнита. Это объясняется тем, что в кольце возникает индукционный ток $I_{\text{инд}}$, по правилу Ленца этот ток имеет такое направление, что его магнитное поле $\vec{B}_{\text{инд}}$ направлено против поля \vec{B}_0 магнита, вносимого в кольцо, и тем самым ослабляет его, как причину, вызвавшую индукционный ток. Если все же внести магнит в кольцо, удерживая последнее рукой, а затем быстро выдернуть магнит из кольца, то оно последует за магнитом, притягиваясь к нему. Теперь индукционный ток имеет такое направление, что его магнитное поле совпадает с полем магнита и тем самым поддерживает убывающее поле магнита, и поэтому кольцо притягивается к магниту.

Если вносить магнит в разрезанное кольцо, взаимодействия с магнитом не будет: кольцо разрезано и индукционный ток не возникает.

3.8.3. Явление самоиндукции

Явление *самоиндукции* заключается в возникновении э.д.с. в контуре, по которому течет изменяющийся во времени ток. Таким образом, контур сам в себе индуцирует дополнительную э.д.с. Это явление – частный случай явления электромагнитной индукции. В данном случае переменное магнитное поле создается изменяющимся током, текущим в контуре. В соответствии с правилом Ленца, индукционный ток может совпадать с "основным" током по направлению, а может быть противоположен ему. Если ток в контуре начнет возрастать, э.д.с. самоиндукции будет препятствовать этому нарастанию, т.е. индукционный ток будет противоположен основному.

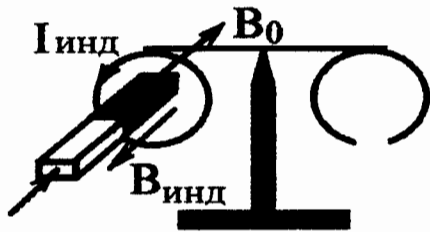


Рис.42

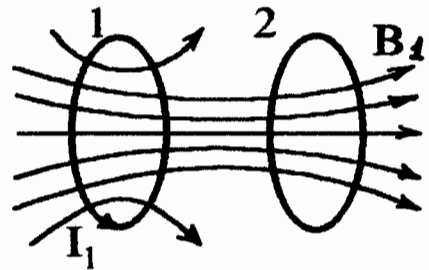


Рис.43

Если ток в контуре начинает убывать, э.д.с. самоиндукции будет поддерживать убывающий ток, т.е. индукционный ток будет совпадать по направлению с основным. Выражение для э.д.с. самоиндукции получается из закона Фарадея. Магнитный поток Φ пропорционален магнитной индукции B (см. п. 3.7.3). В свою очередь, магнитная индукция B контура с током, по закону Био - Савара, пропорциональна силе тока в контуре (см. п. 3.6.4). Таким образом, собственный поток контура с током Φ пропорционален току в контуре I , т.е. $\Phi = LI$, где коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью*.

Индуктивность измеряется в *Генри* (Гн): $[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = 1\text{Вб}/1\text{А} = 1\text{Гн}$. Очевидно, что индуктивность является характеристикой самого контура и зависит от его формы и размеров, а также от магнитной проницаемости среды, заполняющей контур. Если контур жесткий (т.е. не меняет размеров и формы) и среда внутри контура неферромагнитная, то индуктивность контура – величина постоянная. В этом случае э.д.с. самоиндукции, по закону Фарадея:

$$\mathcal{E}_{\text{ск}} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}.$$

3.8.4. Явление взаимной индукции

Рассмотрим два неподвижных контура 1 и 2 (рис. 43), которые находятся достаточно близко друг к другу в неферромагнитной среде. Если в контуре 1 течет ток I_1 , он создает в окружающем пространстве магнитное поле, силовые линии которого пронизывают

контур 2. Следовательно, ток I_1 создает магнитный поток в контуре 2:

$$\Phi_2 = L_{21}I_1,$$

где L_{21} – коэффициент пропорциональности. Аналогично, если в контуре 2 течет ток I_2 , он создает в контуре 1 магнитный поток

$$\Phi_1 = L_{12}I_2.$$

Коэффициенты L_{12} и L_{21} называются *взаимной индуктивностью* контуров. Они зависят от формы, размеров, взаимного расположения контуров, а также от магнитной проницаемости среды. Измеряются, как и индуктивность L , в Генри (Гн). При отсутствии ферромагнетиков $L_{12} = L_{21}$.

Если в одном из контуров сила тока изменится, в другом, по закону Фарадея, возникнет э.д.с. индукции

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}; \quad \mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Это явление называют *взаимной индукцией*. На этом явлении основано действие трансформатора.

3.8.5. Объемная плотность энергии магнитного поля

Энергия магнитного поля зависит как от характеристик самого поля, так и от размеров той области пространства, где это поле существует. Чтобы характеризовать именно энергию самого поля, вводится так называемая *объемная плотность энергии* магнитного поля w , т.е. энергия, заключенная в единице объема, занятого полем. Эта величина зависит уже только от характеристик самого поля и вычисляется по формуле

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды, в которой существует магнитное поле. Полная энергия магнитного поля в объеме V найдется интегрированием:

$$W = \int_V w dV = \int_V \frac{BH}{2} dV.$$

3.9. Магнитные свойства веществ

3.9.1. Магнитные моменты атомов

По определению, *магнитный момент* контура с током равен $P_m = IS$ (см. п.3.7.1). Согласно теории Н.Бора, электроны в атоме движутся по круговым орбитам вокруг ядра, при этом движение электрона эквивалентно току

$$I = -\frac{e}{T},$$

где T – период обращения электрона по орбите, $T = \frac{2\pi r}{v}$; r – радиус орбиты, v – скорость электрона. Тогда

$$P_m = -\frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{1}{2} evr.$$

Если вспомнить, что для точки, движущейся по окружности, механический момент импульса равен $L = mvr$, то магнитный момент можно выразить через механический момент импульса электрона на орбите:

$$P_m = -\frac{e}{2m} L. \quad (1)$$

Помимо орбитального, электрон обладает еще и *собственным*, или *спиновым* моментом импульса (или просто *спином*) L_s . Эта величина не связана с движением электрона по орбите и является такой же неотъемлемой характеристикой электрона, как его заряд или масса. Спиновому механическому моменту соответствует спиновый магнитный момент

$$P_{ms} = -\frac{e}{m} L_s.$$

Магнитные моменты многоэлектронных атомов представляют собой векторную сумму орбитальных и спиновых магнитных моментов отдельных электронов (магнитным моментом ядра можно пренебречь):

$$\vec{P} = \sum \vec{P}_{mi} + \sum \vec{P}_{msi}.$$

При этом у некоторых атомов эта сумма может равняться нулю, т.е. атом не имеет собственного магнитного момента, у других атомов

сумма магнитных моментов электронов не равна нулю, и атом имеет собственный результирующий магнитный момент.

3.9.2. Диамагнетизм

К *диамагнетикам* относятся вещества, у которых атомы не имеют собственного магнитного момента (см. п. 3.9.1). Если диамагнетик внести во внешнее магнитное поле, то, поскольку отдельные электроны в орбитальном движении подобны элементарным круговым токам, как и в обычном контуре наблюдается явление электромагнитной индукции (см. п. 3.8.1). Согласно правилу Ленца, должны возникнуть индукционные токи, магнитные поля которых направлены *против* внешнего поля. Что собой представляют эти индукционные токи, где они текут? Во внешнем магнитном поле атом в целом приобретает дополнительное движение (прецессия) подобно механическому волчку (гироскопу). Угловая скорость этой прецессии много меньше, чем скорость вращения электронов вокруг ядра. Но любое дополнительное круговое движение атома, а следовательно, всех его электронов, эквивалентно появлению дополнительного кругового тока. Этот ток и создает магнитное поле, направленное против внешнего и ослабляющее его. Следовательно, диамагнетизм есть *универсальное явление*, которое проявляется во всех без исключения веществах – и в диамагнетиках, и в парамагнетиках. Но в парамагнетиках диамагнитный эффект перекрывается более сильным парамагнитным (см. п. 3.9.3).

Магнитная проницаемость диамагнетиков меньше единицы, так как они ослабляют внешнее поле, но очень мало отличается от единицы. В большинстве случаев магнитную проницаемость диамагнетиков можно считать равной единице.

Магнитная проницаемость диамагнетиков не зависит от температуры, так как возникновение дополнительных индукционных токов не связано с тепловым движением.

К диамагнетикам относятся, например, медь, цинк, золото, висмут (один из самых сильных диамагнетиков), азот, кремний, вода и многие другие вещества.

3.9.3. Парамагнетики

Парамагнетики – это вещества, атомы которых обладают собственными магнитными моментами. Пока внешнее поле отсутствует, атомы парамагнетика ориентированы хаотично и в целом парамагнетик не намагничен. В магнитном поле атомы парамагнетика ориентируются (подобно рамке с током, см. п. 3.7.2) преимущественно в направлении поля, и в результате внешнее поле усиливается. Этой ориентации препятствует тепловое движение, поэтому магнитная проницаемость парамагнетика зависит от температуры: чем выше температура, тем слабее выражена ориентация атомов, тем меньше магнитная проницаемость.

Ориентация атомов происходит в процессе их взаимного столкновения. При столкновении атом меняет свою ориентацию в пространстве, при этом энергетически более выгодна ориентация, при которой магнитный момент атома совпадает с направлением внешнего поля, чем противоположная ориентация. Поэтому при столкновениях атомов преобладают повороты, в результате которых они ориентируются по полю. Как уже отмечалось, диамагнитный эффект существует и в парамагнетиках, но влияние ориентации атомов перекрывает диамагнитный эффект, и в результате внешнее поле усиливается.

У парамагнетиков магнитная проницаемость больше единицы, но отличается от единицы на очень малую величину. Как и для диамагнетиков, в большинстве случаев можно считать магнитную проницаемость парамагнетиков равной единице.

К парамагнетикам относятся щелочные и щелочно-земельные металлы, кислород и ряд других веществ.

3.9.4. Ферромагнетики

Диамагнетики и парамагнетики относятся к *слабмагнитным* веществам, так как их магнитная проницаемость очень мало отличается от единицы. У веществ, которые относятся к классу *ферромагнетиков*, магнитная проницаемость много больше единицы: обычно $\mu = 10^3 \dots 10^4$, у некоторых сплавов $\mu = 10^6$.

Ферромагнетики названы так по имени типичного представителя этого класса магнетиков – железа. Кроме железа, из чистых металлов к ферромагнетикам относятся никель, кобальт, некоторые редкоземельные металлы. Сплавы многих металлов обладают ферромагнитными свойствами, причем компоненты сплавов в отдельности могут быть и неферромагнетиками.

Характерной особенностью ферромагнетиков, объясняющей их магнитные свойства, является наличие внутри ферромагнетиков так называемых *доменов* – микроскопических областей (объемом порядка 10^{-6}см^3) спонтанного (самопроизвольного) намагничивания. В пределах одного домена магнитные моменты атомов ориентированы строго параллельно. Причина такой ориентации – наличие так называемого *обменного* взаимодействия между электронами. Природа его квантовомеханическая и классического объяснения не имеет. Отдельные домены ориентированы хаотически, поэтому в отсутствие внешнего магнитного поля ферромагнетик в целом не намагничен.

Может возникнуть вопрос: почему в результате обменного взаимодействия не установится строго параллельная ориентация всех атомов в ферромагнетике, т.е. не образуется один сплошной домен, занимающий весь объем ферромагнетика? Но такой ферромагнетик создавал бы в окружающем пространстве сильное магнитное поле и, соответственно, имел бы большую магнитную энергию. В результате дробления на домены ферромагнетик в целом не намагничен, и энергия магнитного поля практически отсутствует, но возникает энергия доменных границ, на которых меняется ориентация магнитных моментов. Когда уменьшение энергии магнитного поля ферромагнетика при дроблении его на домены компенсируется возрастанием энергии доменных границ, дробление ферромагнетика на домены заканчивается.

На рис.44 представлена схематически доменная структура монокристалла ферромагнетика в отсутствие магнитного поля. Стрелками показано направление намагниченности доменов. Границы доменов можно наблюдать экспериментально. Для этого тщательно отполированную поверхность ферромагнетика покрывают тонким слоем жидкости, в которой взвешены частицы ферромагнитного вещества (например, Fe_3O_4). Частицы ферромагнитного порошка собираются на границах доменов, и их хорошо видно в микроскоп с небольшим увеличением.

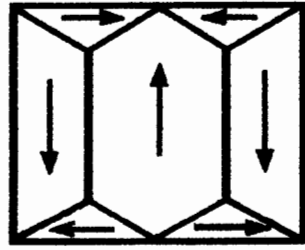


Рис.44

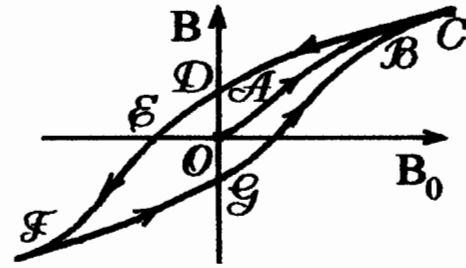


Рис.45

3.9.5. Магнитный гистерезис

Рассмотрим процессы, происходящие в ферромагнетике при помещении его во внешнее магнитное поле. На рис.45 изображена зависимость индукции магнитного поля внутри ферромагнетика B от индукции внешнего (намагничивающего) поля B_0 . Кривая $OABC$ называется *кривой намагничивания*. На участке OA происходит смещение границ доменов – растут в размерах домены, ориентированные преимущественно в направлении внешнего поля за счет доменов, ориентированных против поля. На участке AB происходит переориентация доменов в направлении внешнего поля. Первыми ориентируются домены, намагниченные преимущественно по полю, затем все остальные. Постепенно все домены оказываются ориентированными строго в направлении внешнего поля (точка B). Эта точка носит название *точки насыщения*. Дальше индукция внутри ферромагнетика растет только за счет внешнего поля. Если в точке C начать уменьшать внешнее поле, то сначала размагничивание происходит по той же прямой, что и намагничивание, но в точке насыщения кривая размагничивания начинает отставать от кривой намагничивания (участок BD).

Величина OD называется *остаточной индукцией*, или *остаточной намагниченностью*. Объясняется она тем, что процессы переориентации доменов необратимы, и при отсутствии внешнего поля сохраняется некоторая остаточная ориентация доменов. Чтобы нарушить эту ориентацию, необходимо приложить внешнее поле противоположного направления (участок OE). Величина OE называется *коэрцитивной силой*. Далее процесс перемангничивания идет по

кривой DEFGV и т.д., называемой *петлей магнитного гистерезиса*. Площадь петли гистерезиса пропорциональна работе перемагничивания ферромагнетика.

По форме петли гистерезиса ферромагнетика делятся на *магнитномягкие* (узкая петля, малая остаточная намагниченность) и *магнитножесткие* (широкая петля, большая остаточная намагниченность). Магнитномягкие ферромагнетики применяются для изготовления сердечников трансформаторов, дросселей и т.п., магнитножесткие – для изготовления постоянных магнитов.

Магнитная проницаемость ферромагнетика μ непостоянна. В соответствии с рис.45 зависимость $\mu(B_0)$ имеет вид, представленный на рис.46. Максимальное значение магнитная проницаемость μ имеет вблизи точки насыщения (чуть раньше ее). При $B_0 \rightarrow \infty \mu \rightarrow 1$.

Для ферромагнетиков существует так называемая *температура Кюри*, выше которой тепловое движение разрушает ориентацию доменов и ферромагнетик превращается в парамагнетик. При охлаждении ниже температуры Кюри ферромагнитные свойства восстанавливаются.

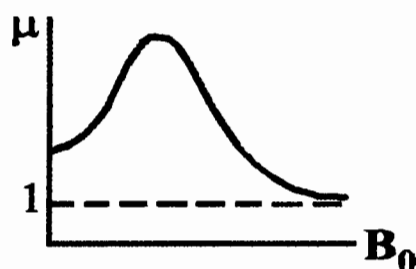


Рис.46

3.10. Электромагнитные колебания

3.10.1. Колебательный контур

Колебательный контур – это электрическая цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности (рис.47). Сопротивление контура будем считать равным нулю (идеальный контур). В такой электрической цепи могут возникнуть незатухающие колебания. Процессы, происходящие в контуре, поясняются рис.47. Если зарядить конденсатор, как показано на рис.47а, то в нем образуется электрическое поле, обладающее запасом энергии. Поскольку потенциал одной пластины выше, чем другой, возникает электрический ток. Заряд конденсатора начинает убывать, и сила тока возрастает. Мгновенному изменению силы тока препятствует э.д.с. самоиндукции в катушке, возникающая в результате нарастания магнитного поля. Наконец, сила тока достигает максимума, конденсатор разряжается полностью, и вся энергия контура теперь заключена в катушке в виде энергии магнитного поля (рис.47б). Далее сила тока начинает убывать, убывает магнитное поле, и э.д.с. самоиндукции в катушке меняет направление, поддерживая убывающий ток. Поэтому ток продолжает течь в прежнем направлении и конденсатор перезаряжается (рис.47в).

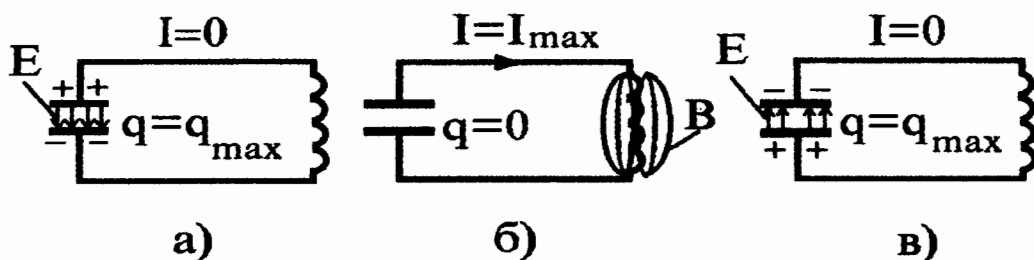


Рис.47

Если потерь энергии нет ($R=0$), то энергия электрического поля в конденсаторе равна исходной, заряд равен исходному, но полярность пластин обратна первоначальной. Далее все процессы повторяются в обратном порядке. Колебания будут незатухающими. В

такой электрической цепи периодически изменяются: заряд конденсатора, разность потенциалов на пластинах конденсатора, сила тока в цепи, напряженность электрического поля в конденсаторе и индукция магнитного поля в катушке, энергия электрического поля и энергия магнитного поля. При этом в соответствии с законом сохранения энергии происходит ее периодическое превращение из энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно, причем полная энергия остается постоянной.

3.10.2. Уравнение собственных незатухающих колебаний

Дифференциальное уравнение собственных незатухающих электрических колебаний представляет собой второе правило Кирхгофа, записанное для колебательного контура: падение напряжения на конденсаторе U_c равно э.д.с. самоиндукции, возникающей в контуре:

$$U_c = \mathcal{E}_{с.и.}$$

Выражая U_c через заряд и емкость $U_c = \frac{q}{C}$ (см.п.3.3.3.), а э.д.с. самоиндукции – через индуктивность и силу тока (см.п.3.8.3), получим:

$$\frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Так как $I = \frac{dq}{dt}$, то окончательно получим:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0.$$

Делим это выражение почленно на L и получаем уравнение незатухающих собственных колебаний:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Сравнивая полученное уравнение с уравнением механических колебаний, приходим к выводу, что оно описывает незатухающие гармонические колебания заряда конденсатора с собственной частотой $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, или с периодом $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Последняя формула носит название *формулы Томсона*.

Решение дифференциального уравнения незатухающих электрических колебаний, по аналогии с механическими колебаниями, имеет вид (см.п.1.6.3):

$$q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q_{max} – амплитуда, φ_0 – начальная фаза колебаний.

Так как $q \sim U_c$, то по такому же закону меняется и напряжение на конденсаторе:

$$U_c = U_{cmax} \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

3.10.3. Уравнение собственных затухающих колебаний

Затухающие колебания возникают в реальном контуре (рис.48), в котором всегда есть омическое сопротивление, следовательно, есть потери энергии на джоулево тепло. Чтобы записать дифференциальное уравнение затухающих колебаний, надо добавить в уравнение незатухающих колебаний (см.п.3.10.2) падение напряжения на активном сопротивлении $U_R = IR$:

$$U_C + IR = \mathcal{E}_{с.к.}$$

Выражая, как и в предыдущем разделе, э.д.с. самоиндукции в виде $\mathcal{E}_{с.к.} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}$, силу тока и напряжение на конденсаторе в виде $I = \frac{dq}{dt}$, $U_C = \frac{q}{C}$, имеем:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0.$$

Деля почленно это уравнение на L , получим:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Сравнивая это уравнение с уравнением механических затухающих колебаний (см.п.1.6.4), приходим к выводу, что коэффициент затухания β в данном случае равен

$$\beta = \frac{R}{2L},$$

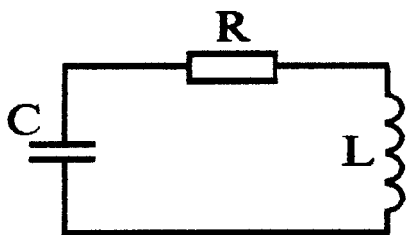


Рис.48

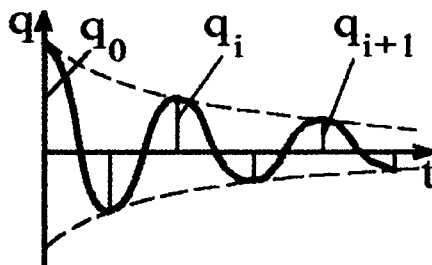


Рис.49

а частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Решение дифференциального уравнения затухающих колебаний, по аналогии с механическими колебаниями, имеет вид: для заряда конденсатора:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

для напряжения на конденсаторе:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

3.10.4. Логарифмический декремент затухания

По определению, *логарифмическим декрементом затухания* называется натуральный логарифм отношения двух последующих амплитуд затухающих колебаний. На рис.49 изображено изменение заряда на конденсаторе в колебательном контуре при затухающих колебаниях (см. предыдущий раздел). Тогда логарифмический декремент затухания найдем по значениям двух амплитуд – q_i и q_{i+1} :

$$\delta = \ln \frac{q_i}{q_{i+1}} = \ln \frac{q_0 e^{-\beta t}}{q_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T,$$

где $\beta = \frac{R}{2L}$; $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Очевидно, что, чем больше логарифмический декремент затухания, тем быстрее убывает амплитуда колебаний.

3.10.5. Вынужденные колебания в контуре

Вынужденные колебания происходят в колебательном контуре под действием внешней периодической э.д.с., изменяющейся по гармоническому закону с частотой Ω (рис.50).

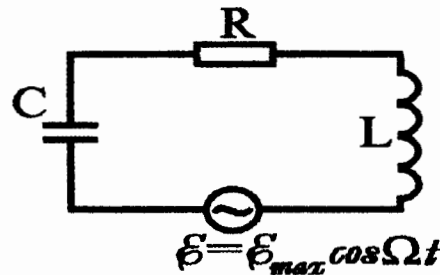


Рис.50

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний, как и в предыдущих случаях, получим, применяя второе правило Кирхгофа:

$$U_C + IR = \mathcal{E}_{с.и.} + \mathcal{E}_{max} \cos \Omega t.$$

Здесь первое слагаемое в левой части – падение напряжения на конденсаторе, второе – падение напряжения на активном сопротивлении, первое слагаемое в правой части – э.д.с. самоиндукции, второе – внешняя э.д.с. Обозначим, как и ранее,

$$U_C = \frac{q}{C}, \quad I = \frac{dq}{dt}, \quad \mathcal{E}_{с.и.} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 q}{dt^2},$$

и перепишем уравнение колебаний в виде:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = \mathcal{E}_{max} \cos \Omega t.$$

Деля почленно обе части уравнения на L , получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\mathcal{E}_{max}}{L} \cos \Omega t.$$

Сравнивая это уравнение с дифференциальным уравнением механических вынужденных колебаний (см. п. 1.6.9), видим, что решением его будет уравнение

$$q = q_{max} \cos(\Omega t - \psi),$$

где

$$q_{max} = \frac{\frac{\mathcal{E}_{max}}{L}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} \quad (1)$$

– амплитуда вынужденных колебаний заряда конденсатора; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота колебаний; $\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания; Ω – частота внешней э.д.с.; ψ – сдвиг фаз между изменениями вынуждающей э.д.с. и колебаниями заряда:

$$tg\psi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Как видно из формулы (1), амплитуда при резонансе тем больше, чем меньше значение коэффициента затухания β .

3.10.6. Резонанс в колебательном контуре

На рис.51 изображена зависимость амплитуды колебаний заряда конденсатора от частоты внешней (вынуждающей) э.д.с. – так называемая *резонансная кривая*. Она полностью подобна резонансной кривой для механических колебаний (см. п. 1.6.9). Так как напряжение на конденсаторе прямо пропорционально заряду, то резонансная кривая для напряжения выглядит точно так же (изменится лишь масштаб по оси ординат). При некоторой частоте внешней э.д.с. $\Omega = \Omega_{рез}$ амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Это явление *резонанса* (см. п. 1.6.9).

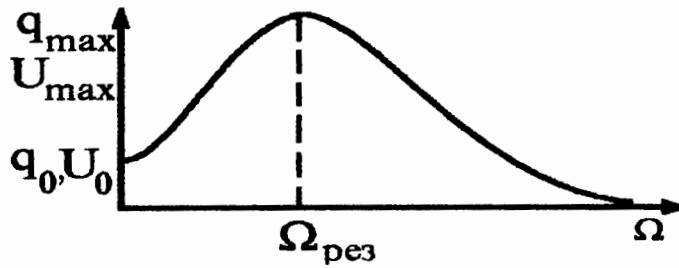


Рис.51

Резонансная частота, так же, как и для механических колебаний, вычисляется по формуле

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

где $\beta = \frac{R}{2L}$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

При частоте внешней э.д.с. $\Omega = 0$ (что соответствует бесконечно большому периоду) внешняя э.д.с. постоянна: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{max}} = \text{const}$. Под действием такой э.д.с. на конденсаторе будет, конечно, какой-то заряд и какое-то напряжение. Это величины q_0 и U_0 на резонансной кривой соответственно.

Явление резонанса используется, например, в радиоприемниках, чтобы выделить нужную станцию из множества других, заполняющих эфир. Чем острее резонансная кривая, тем выше будет качество приема, так как выбранная станция будет возбуждать в приемном контуре колебания большой амплитуды, а остальные станции будут давать гораздо меньшую амплитуду и не будут слышны.

3.11. Электромагнитные волны

3.11.1. Ток смещения

Согласно максвелловской трактовке явления электромагнитной индукции, переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле. Но, если эти поля неразрывно связаны, не может ли, наоборот, электрическое поле создать переменное магнитное поле? Этот вопрос приводит к необходимости введения так называемого *тока смещения* как одного из источников магнитного поля

наряду с токами проводимости. Для того, чтобы понять физический смысл тока смещения, рассмотрим участок цепи, содержащий конденсатор, по которому течет переменный ток (рис.52).

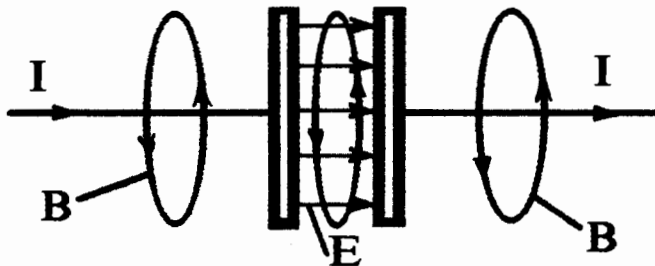


Рис.52

За пределами конденсатора существует магнитное поле, созданное током проводимости – движением электронов в проводнике (см.п.3.6.2). Очевидно, магнитное поле должно существовать и внутри конденсатора. Но внутри конденсатора движущихся зарядов нет. Что же там является источником магнитного поля? Им может быть переменное электрическое поле (см.п.3.11.2), напряженность которого для плоского конденсатора равна (см.п.3.1.8):

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

где σ – поверхностная плотность зарядов на пластинах конденсатора; ϵ_0 – электрическая постоянная; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды в конденсаторе. На границе пластины конденсатора с диэлектриком плотность тока проводимости равна плотности тока смещения:

$$j_{\text{пр}} = j_{\text{см}}.$$

Плотность тока проводимости, по определению,

$$j_{\text{пр}} = \frac{dI}{dS} = \frac{d}{dS} \left(\frac{dq}{dt} \right).$$

Меняя порядок дифференцирования и заменяя $j_{\text{пр}}$ на $j_{\text{см}}$, получаем:

$$j_{\text{см}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dS} \right) = \frac{d\sigma}{dt} = \epsilon\epsilon_0 \frac{dE}{dt}.$$

Таким образом, плотность тока смещения

$$j_{\text{см}} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{dD}{dt}.$$

Ток смещения не является током в обычном смысле слова – он не связан с движением носителей заряда. Это характеристика переменного электрического поля. Ток смещения и ток проводимости эквивалентны в способности создавать магнитное поле.

3.11.2. Уравнения Максвелла

Система уравнений Максвелла является обобщением основных экспериментальных законов электромагнетизма: электростатической теоремы Гаусса, являющейся, в свою очередь, обобщением закона Кулона; закона Био – Савара; закона электромагнитной индукции Фарадея. В интегральной форме для электромагнитного поля в вакууме система уравнений Максвелла имеет вид:

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV, \quad (1)$$

$$\oint_S B_n dS = 0, \quad (2)$$

$$\oint_l E_l dl = - \int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS, \quad (3)$$

$$\oint_l H_l dl = \int_S j_n dS + \int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS, \quad (4)$$

где ρ – объемная плотность зарядов, j – плотность тока проводимости, D – электростатическая индукция, E – напряженность электрического поля, B – индукция магнитного поля, H – напряженность магнитного поля. Индекс l означает тангенциальную составляющую соответствующего вектора, индекс n – нормальную составляющую.

Физический смысл уравнений Максвелла заключается в следующем:

1). поток вектора электростатической индукции через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью. В этом уравнении S – поверхность, ограничивающая объем V . Первое уравнение не что иное, как электростатическая теорема Гаусса. Интеграл слева – это поток вектора смещения через замкнутую поверхность S , интеграл справа – сумма зарядов внутри этой поверхности.

2). второе уравнение аналогично первому, но для магнитного поля. Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность всегда равен нулю (т.е. силовые линии этого поля замкнуты, поле *вихревое*), так как магнитные заряды в природе отсутствуют.

3). циркуляция вектора напряженности электрического поля по любому замкнутому контуру равна с обратным знаком производной по времени от магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром. Это уравнение является по сути законом электромагнитной индукции Фарадея. Слева – э.д.с. индукции, справа – изменение потока вектора магнитной индукции через площадку, ограниченную контуром l .

4). циркуляция вектора напряженности магнитного поля по любому замкнутому контуру равна сумме токов проводимости и токов смещения через поверхность, ограниченную этим контуром.

Уравнения Максвелла указывают на то, что источником электрического поля могут быть неподвижные заряды (уравнение (1)) или переменное магнитное поле (уравнение (3)). Источником магнитного поля могут быть либо токи проводимости, либо переменное электрическое поле (уравнение (4)). Уравнение (2) указывает на отсутствие в природе "магнитных зарядов" (монополей).

Из уравнений Максвелла вытекает, что переменное магнитное поле приводит к образованию вихревого электрического поля (уравнение (3)) и наоборот, переменное электрическое поле образует переменное магнитное поле (уравнение (4)).

Уравнения Максвелла позволяют по известному расположению в пространстве зарядов и токов рассчитывать основные характеристики электромагнитного поля: \vec{E} ; \vec{D} ; \vec{B} ; \vec{H} . Но в таком виде, как

они приведены выше, эти уравнения не составляют замкнутой системы, так как число переменных в них превышает число уравнений. Для того, чтобы система уравнений была замкнутой и имела бы единственное решение, необходимо дополнить ее уравнениями, связывающими характеристики свойств среды, в которой существует электромагнитное поле. Например, для изотропных сред эти уравнения следующие:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}; \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}; \quad \vec{j} = \sigma\vec{E},$$

где ϵ, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, ϵ_0, μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, σ – удельная проводимость среды.

Из третьего и четвертого уравнений Максвелла следует, что электрическое и магнитное поля в общем случае нельзя рассматривать как независимые; изменение во времени одного из них приводит к возникновению другого. Таким образом, существует единое *электромагнитное* поле, которое способно существовать самостоятельно, без зарядов и токов. Такое переменное электромагнитное поле называется *электромагнитной волной*. В вакууме она распространяется со скоростью света $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. В непроводящей среде скорость электромагнитных волн $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

3.11.3. Электромагнитные волны

Из третьего и четвертого уравнений Максвелла вытекает вывод о существовании электромагнитной волны – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве. Из уравнений Максвелла также вытекают свойства электромагнитных волн:

1. Электромагнитная волна – волна поперечная (рис.53), т.е. колебания напряженности электрического поля и индукции магнитного поля перпендикулярны направлению распространения волны. Более того, вектора \vec{E} , \vec{B} , \vec{v} образуют правую винтовую систему (рис.54).

2. Вектора \vec{E} и \vec{B} колеблются в одинаковых фазах, т.е. одновременно достигают максимума и одновременно обращаются в нуль.

3. Скорость электромагнитной волны в однородной непроводящей среде $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, где c – скорость света в вакууме, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, μ – магнитная проницаемость среды.

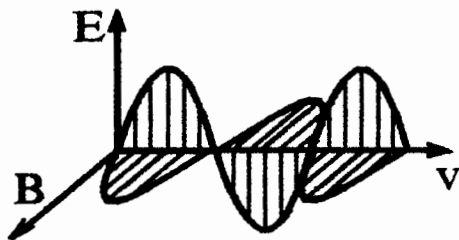


Рис.53

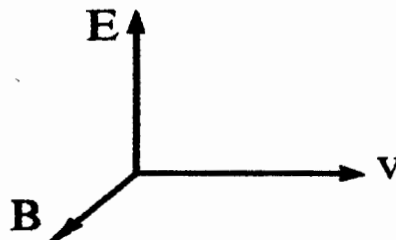


Рис.54

Так как и электрическое, и магнитное поля обладают энергией, то и электромагнитная волна переносит энергию. Характеристикой энергии электромагнитного поля служит *объемная плотность энергии*, т.е. энергия, заключенная в единице объема поля:

$$W = \frac{ED}{2} + \frac{BH}{2},$$

а характеристикой потока энергии, переносимой волной, является *плотность потока энергии*, т.е. энергия, переносимая в единицу времени через единицу площади, перпендикулярной направлению распространения волны. Это векторная величина, которая определяется уравнением

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}],$$

где \vec{S} – вектор плотности потока энергии, или так называемый *вектор Пойнтинга*. Модуль этого вектора равен плотности потока энергии, направление его совпадает со скоростью электромагнитной волны.

3.11.4. Излучение диполя

Простейшей системой, излучающей электромагнитную волну, является колеблющийся электрический диполь. На рис.55 изображен такой диполь, образованный неподвижным положительным и

колеблющимся около него отрицательным зарядами. Как известно, движение точки по окружности можно представить как сумму двух взаимно перпендикулярных колебаний этой точки (см. п. 1.6.7). Поэтому электрон, движущийся в атоме по орбите вокруг ядра, можно рассматривать как диполь, излучающий электромагнитную волну. Энергия излучения диполя зависит от направления излучения. Вдоль оси колебаний диполь не излучает энергии. Максимум энергии излучается в направлении, перпендикулярном оси диполя. Наглядно зависимость энергии, излучаемой диполем, от направления изображается так называемой *диаграммой направленности* диполя (рис. 56). Длина отрезка ОА пропорциональна энергии, излучаемой в направлении под углом φ к оси колебаний диполя. Кроме того, энергия волны, излучаемой диполем, зависит от частоты колебаний, а именно: энергия J , излучаемая диполем, пропорциональна *четвертой степени частоты* колебаний ω диполя и обратно пропорциональна квадрату расстояния:

$$J = K \frac{\omega^4 \sin^2 \varphi}{r^2},$$

где K – коэффициент пропорциональности.

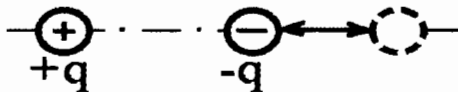


Рис.55

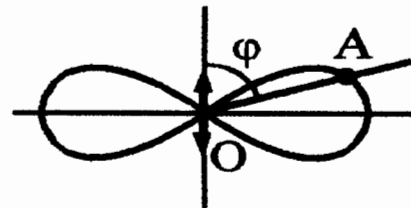


Рис.56

3.11.5. Шкала электромагнитных волн

Электромагнитная волна – это переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве. В зависимости от длины

волны (или частоты) свойства электромагнитных волн существенно различаются. На рис.57 изображена шкала электромагнитных волн.



Рис.57

Самые длинные электромагнитные волны – радиоволны. Источником радиоволн являются колебания в электрических цепях (антеннах). В свою очередь, радиоволны делятся на длинные, средние, короткие и ультракороткие (УКВ). Телевидение работает на метровых и дециметровых волнах. Радиотелескопы ведут наблюдения за радиоизлучением Вселенной в диапазоне сантиметровых волн.

К радиоволнам примыкает участок инфракрасного излучения (ИК). Это излучение любых нагретых тел. Источником этих волн являются колебания электрических зарядов в молекулах. На свойствах инфракрасного излучения основано действие приборов ночного видения, медицинских приборов, регистрирующих повышенное тепловое излучение от больных органов (инфракрасный томограф).

Видимый свет (ВС) занимает узкий участок спектра от 400 до 760 нм. Это единственный участок шкалы электромагнитных волн, который человек может воспринимать непосредственно органами чувств – глазами. Природа не случайно сделала наши глаза чувствительными именно к этому участку шкалы электромагнитных волн. Тому есть три причины. Во-первых, эти волны достаточно хорошо распространяются в земной атмосфере, в отличие, например, от инфракрасных или ультрафиолетовых, сильно поглощаемых различными веществами. Во-вторых, это волны имеют достаточно малую длину, чтобы человек мог различать достаточно мелкие предметы. В третьих, на этот участок шкалы приходится максимум энергии в спектре излучения Солнца.

Со стороны более коротких волн к видимому свету примыкает участок ультрафиолетовых волн (УФ). Это излучение обладает биологическим действием – именно оно вызывает загар. Ультрафиолетовое излучение сильно поглощается озоновым слоем земной атмосферы.

Еще более короткие волны – рентгеновские лучи. Они обладают высокой проникающей способностью, на чем основано их применение – рентгеноскопия в медицине, контроль качества изделий в машиностроении (обнаружение пустот, трещин и т.п.). Эти лучи также обладают вредным биологическим действием.

Наиболее высокой энергией и проникающей способностью обладают γ - лучи, возникающие при ядерных реакциях, для человека они весьма опасны.