

## Оглавление

Волновая оптика .....	- 2 -
1. Интерференция света .....	- 2 -
1.1. Волновые характеристики и монохроматичность .....	- 2 -
1.2. Когерентность волн .....	- 3 -
1.3. Разность хода .....	- 5 -
1.4. Интерференция света от двух источников .....	- 6 -
1.5. Интерференция в тонких пленках .....	- 8 -
1.6. Применение интерференции .....	- 11 -
2. Дифракция света .....	- 14 -
2.1. Принцип Гюйгенса-Френеля .....	- 14 -
2.2. Метод зон Френеля .....	- 15 -
2.3. Дифракция света на отдельной щели .....	- 17 -
2.4. Дифракционная решетка .....	- 19 -
2.5. Спектральные характеристики решетки .....	- 21 -
2.6. Предел разрешающей способности объектива .....	- 22 -
2.7. Дифракция на пространственной решетке .....	- 24 -
2.8. Голография .....	- 26 -
3. Дисперсия и поглощение света .....	- 27 -
3.1. Явление дисперсии света .....	- 27 -
3.2. Электронная теория дисперсии .....	- 28 -
3.3. Поглощение света .....	- 31 -
4. Поляризация света .....	- 33 -
4.1. Виды поляризации света .....	- 33 -
4.2. Закон Малюса .....	- 34 -
4.3. Поляризация при отражении и преломлении света .....	- 35 -
4.4. Двойное лучепреломление .....	- 36 -
4.5. Поляризационные призмы и поляроиды .....	- 36 -
4.6. Искусственная оптическая анизотропия .....	- 37 -
Хронология основных открытий в области оптики .....	- 39 -

## Волновая оптика

### 1. Интерференция света

#### 1.1. Волновые характеристики и монохроматичность

Как отмечалось ранее в курсе «Электричество и магнетизм», свет является электромагнитной волной, которая представляет собой распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле. Существование таких волн было предсказано теорией Дж. Максвелла в 1865 году и впоследствии подтверждено опытами Ф. Герца.

На рис.1 изображен график плоской электромагнитной волны, у которой вектора  $E$  и  $H$ , представляющие собой напряженности электрического и магнитного полей, колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях.

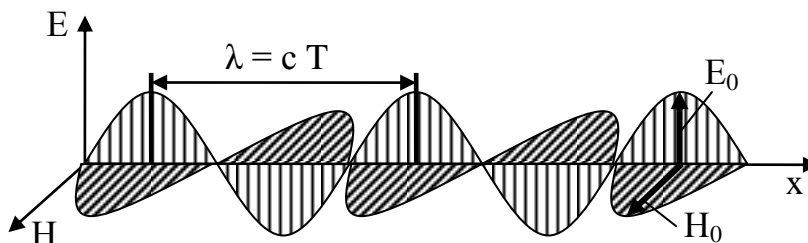


Рис. 1

Это график зависимости  $E(x)$  и  $H(x)$  при  $t = \text{const}$ , следовательно, он показывает, как распределяются вдоль оси  $x$  значения  $E$  и  $H$  в некоторый фиксированный момент времени. Уравнения волны имеют вид

$$E = E_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) = E_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right), \quad (1)$$

$$H = H_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right).$$

Здесь  $E_0$  и  $H_0$  – амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей;  $\omega$  – циклическая частота ( $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ );  $\nu$  – частота;  $T$  – период колебания;  $\lambda$  – длина волны ( $\lambda = cT = c/\nu$ );  $c$  – скорость света в среде (в вакууме она составляет  $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ).

Отношение  $k = 2\pi/\lambda$  называют волновым числом. Скорость света в веществе меньше, чем в вакууме, и отношение скорости света в вакууме к скорости в данной среде равно абсолютному показателю преломления для данной среды:  $n_a = c_0/c$ . С другой стороны, из теории Максвелла следует, что  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ;  $n_a = \sqrt{\epsilon \mu}$ , где  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  – электрическая и магнитная посто-

янные;  $\epsilon$  и  $\mu$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Следует отметить, что для всех веществ при воздействии высокочастотного магнитного поля световой волны  $\mu \approx 1$  (даже для ферромагнетиков, домены которых не успевают ориентироваться в высокочастотном магнитном поле). Поэтому взаимодействие света с веществом определяется в основном электрическим полем световой волны, вектор  $E$  которой называют световым вектором. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать лишь электрическую составляющую волны.

Монохроматической световой волной называют волну с некоторой определенной частотой или длиной волны. Для видимого света каждая длина волны связана с определенным цветом. Однако практически любой цветной луч имеет частоту и длину волны, заключенные в некотором интервале:  $\langle \nu - \Delta\nu, \nu + \Delta\nu \rangle$  и  $\langle \lambda - \Delta\lambda, \lambda + \Delta\lambda \rangle$ . Ширина интервала различна. Наименьшие величины  $\Delta\nu$  и  $\Delta\lambda$  имеет лазерное излучение, представляющее собой свет высокой монохроматичности.

Белый свет представляет собой смесь волн различной длины. Если пропустить такой свет через диспергирующую среду, то можно наблюдать спектр излучения.

Разреженные газы имеют линейчатый спектр, представляющий собой на экране набор цветных (монохроматических) линий, разделенных темными промежутками. Твердые тела излучают сплошной спектр, в котором наблюдается непрерывный переход одного цвета в другой. Для получения монохроматического света достаточно с помощью диафрагмы выделить из спектра его узкую часть либо пропустить свет через светофильтр, поглощающий не интересующую нас часть спектра и пропускающий лучи, длина волны которых заключена в узком интервале. Светофильтр имеет окраску, соответствующую пропускаемой длине волны.

Длина волн видимого света заключена в интервале:  $3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м} \leq \lambda \leq 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Волны, имеющие меньшую длину, называют ультрафиолетовыми лучами, а волны с большей длиной – инфракрасными лучами.

## **1.2. Когерентность волн**

Если от двух разных источников в некоторую точку пространства приходят волны, то колебания, накладываясь, могут взаимно усиливать или ослаблять друг друга. Такое явление называется интерференцией. Устойчивая интерференционная картина, однако, имеет место лишь в том случае, когда приходящие в точку наблюдения волны когерентны. Условие когерентности состоит в том, чтобы разность фаз накладываемых колебаний не менялась с течением времени:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}.$$

В соответствии с уравнением волны фаза и разность фаз соответственно имеют вид  $\varphi = \omega t - 2\pi/\lambda$  и  $\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1) \cdot t - (2\pi x_2/\lambda_2 - 2\pi x_1/\lambda_1)$ , где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты 1-ого и 2-ого источников;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – длины волн;  $x_1$  и  $x_2$  – пути, которые проходит свет от первого и второго источников до некоторой точки. Для простоты считаем, что время колебания обоих источников одинаково, то есть их включение происходит одновременно. Очевидно, что от времени зависит лишь первое слагаемое. Поэтому, чтобы разность фаз не менялась с течением времени, частоты должны быть одинаковы:  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ . Однако это справедливо не всегда. При выводе формул (1) предполагалось, что начальные фазы источников равны нулю ( $\varphi_0 = 0$ ). В общем же случае фаза волны имеет вид  $\varphi = \omega t - 2\pi/\lambda + \varphi_0$ , и разность фаз рассчитывается по формуле

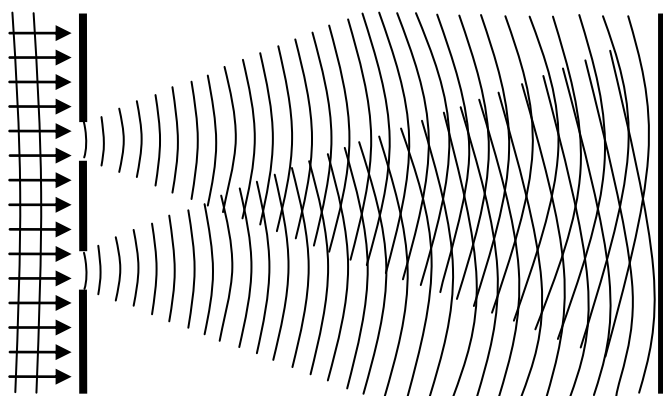
$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1) \cdot t - (2\pi x_2/\lambda_2 - 2\pi x_1/\lambda_1) - (\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

Полагая, что  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , имеем

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\varphi_{02} - \varphi_{01}) - 2\pi/\lambda(x_2 - x_1).$$

На первый взгляд оба слагаемых здесь постоянны, однако нужно учесть, что у естественных источников свет излучают отдельные атомы хаотично и несогласованно. Поэтому в каждый момент времени в излучении участвуют разные атомы. Начальные фазы у атомов различны. Начальные же фазы источников ( $\varphi_{01}$ ,  $\varphi_{02}$ ) складываются из начальных фаз отдельных атомов. Поэтому начальные фазы источников меняются с течением времени, и разность начальных фаз является функцией времени. Условие когерентности нарушается.

Чтобы получить когерентные волны, нужно свет одного источника разделить на два потока. Эти потоки будут когерентны, поскольку в оба входит свет, излучаемый одними и теми же атомами. Если потоки наложить, то волны будут интерферировать. Для получения когерентных волн используются различные устройства. Рассмотрим некоторые из них.



Можно воспользоваться опытом Юнга (рис. 2). На пути света устанавливают экран с двумя малыми отверстиями, на которые падает фронт волны. По принципу Гюйгенса каждая точка фронта волны является новым источником

Рис. 2

сферической волны. Из-за малости отверстий, диаметр которых соизмерим с длиной волны, отверстия можно считать источниками сферических волн. Волны накладываются и интерферируют.

Используются также бипризма и зеркала Френеля (рис. 3, 4). Бипризма представляет собой призму с тупым углом, немного меньшим  $180^\circ$ . Свет, идущий от источника, распадается на 2 потока: первый – лучи 1, 2; второй – лучи 3, 4, которые накладываются. Так как потоки расходящиеся, на их продолжении можно построить два мнимых источника  $S'$  и  $S''$ , из которых, как будет нам казаться, исходят эти потоки.

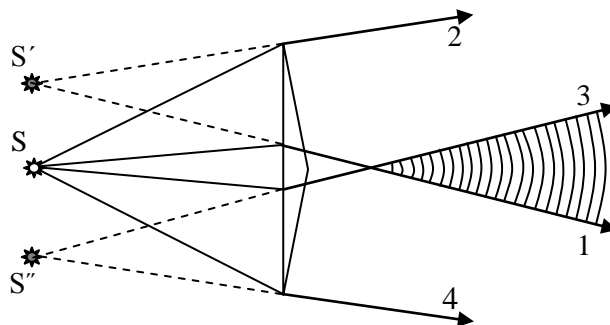


Рис. 3

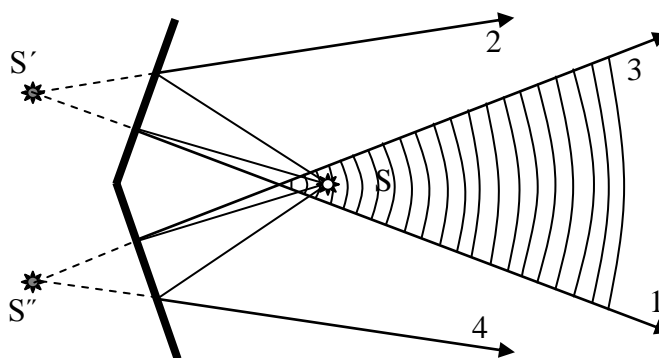


Рис. 4

Зеркала Френеля составлены так, что угол между ними в месте их соединения почти  $180^\circ$ . Лучи 1, 2 и 3, 4, падающие на зеркала, отражаются и образуют два расходящихся потока, накладываются друг на друга. Если продлить отраженные лучи, то они пересекаются за зеркалами, создавая два мнимых источника  $S'$  и  $S''$ .

Когерентными являются искусственные источники света – лазеры, в которых атомы из возбужденного состояния одновременно переходят в стационарное состояние, излучая фотоны одинаковой частоты с одинаковой начальной фазой.

### 1.3. Разность хода

Рассмотрим схему на рис. 5. От когерентных источников идут лучи в точку М, лежащую на границе раздела двух сред с абсолютными показателями пре-

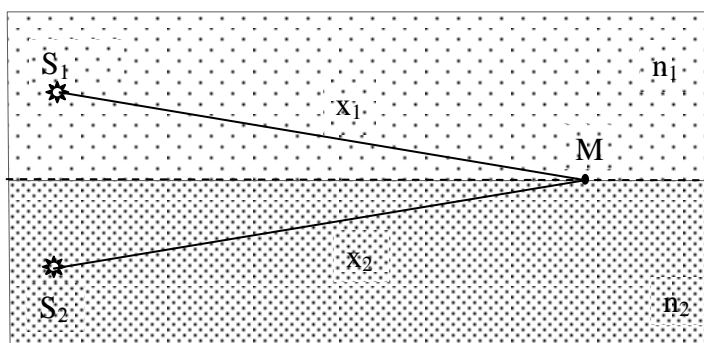


Рис. 5

ломления  $n_1$  и  $n_2$ . Уравнения волн, приходящих в точку М от первого и второго источников (1):

$$E_1 = E_{01} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x_1}{\lambda_1} \right),$$
$$E_2 = E_{02} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x_2}{\lambda_2} \right).$$

Учитывая, что  $\lambda_1 = c_1 T$ ,  $\lambda_2 = c_2 T$ , имеем

$$E_1 = E_{01} \sin \omega \left( t - \frac{x_1}{c_1} \right) = E_{01} \sin \varphi_1,$$
$$E_2 = E_{02} \sin \omega \left( t - \frac{x_2}{c_2} \right) = E_{02} \sin \varphi_2.$$

Разность фаз равна

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \omega \left( \frac{x_1}{c_1} - \frac{x_2}{c_2} \right) = \frac{\omega}{c_0} \left( x_1 \frac{c_0}{c_1} - x_2 \frac{c_0}{c_2} \right),$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{c_0} (x_1 n_1 - x_2 n_2).$$

Здесь  $x_1$  и  $x_2$  – геометрические пути лучей, а  $x_1 n_1$  и  $x_2 n_2$  называются оптическими путями лучей. Разность  $x_1 - x_2 = \Delta r$  называют геометрической разностью хода, а  $x_1 n_1 - x_2 n_2 = \Delta_{\text{оп}}$  – оптической разностью хода. Каков физический смысл оптического пути

$$x_{\text{оп}} = x n = \frac{x}{c_1} c_0 = t_1 c_0 ?$$

Из приведенного выражения следует, что оптический путь – это расстояние, которое луч проходит в вакууме за время  $t_1 = x/c_1$ , за которое он проходит путь в данной среде. Таким образом, разность фаз связана с оптической разностью хода:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{c_0} \Delta_{\text{оп}} = \frac{2\pi}{c_0 T} \Delta_{\text{оп}} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_{\text{оп}}. \quad (2)$$

#### **1.4. Интерференция света от двух источников**

Вернемся к рис. 5. В точку М приходят волны от двух когерентных источников. В этой точке происходит наложение двух колебаний. Можно сложить колебания аналитически, а можно – с помощью векторной диаграммы. Для этого необходимо изобразить амплитуды складываемых колебаний в виде векторов, отложенных от горизонтального направления против часов стрелки под углами, равными фазам колебаний (рис. 6). Ам-

плитуда результирующего колебания  $\vec{E}_0 = \vec{E}_{01} + \vec{E}_{02}$ . Пользуясь теоремой косинусов, выражаем амплитуду результирующего колебания:

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Отсюда если  $\varphi_2 - \varphi_1 = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2m\pi$ , то  $E_0 = E_{01} + E_{02}$ . Здесь  $m = 0, 1, 2, \dots$

В частности, если  $E_{01} = E_{02}$ , то  $E_0 = 2E_{01}$ , и, следовательно, результирующая амплитуда принимает максимальное значение. Если  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2m + 1) \cdot \pi$ , то  $E_0 = E_{01} - E_{02}$ , то есть амплитуда результирующего колебания минимальна. В частности, если  $E_{01} = E_{02}$ , то  $E_0 = 0$ . Воспользуемся формулой (2) и получим

$$\text{при } \Delta_{\text{оп}} = 2m \frac{\lambda}{2} \quad E_0 = E_{0\text{max}}, \quad (3)$$

$$\text{при } \Delta_{\text{оп}} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad E_0 = E_{0\text{min}}.$$

Таким образом, если в оптической разности хода укладывается четное число половинок длины волны, то волны усиливают друг друга, если нечетное – ослабляют друг друга. Так как интенсивность света, т.е. энергия, проходящая через единицу площади за единицу времени, пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, соотношения (3) называют условиями максимумов и минимумов интенсивности света.

Если источников не два, а  $N$ , складывая колебания с помощью векторной диаграммы, получим, что в случае усиления результирующая амплитуда  $E_0 = \sum_1^N E_{0i}$ . В частности, если амплитуды складываемых колебаний одинаковы, то  $E_0 = NE_{01}$ , а интенсивность  $I_1 \sim E_{01}^2$ ,  $I_0 \sim E_0^2 = (N \cdot E_{01})^2$ ,  $I_0/I_1 = N^2$ , то есть  $I_0 = N^2 I_1$ . Интенсивность результирующего колебания пропорциональна квадрату числа источников.

Рассмотрим расчет интерференционной картины от двух источников на основании расчетной схемы, представленной на рис. 7. На экране получается изображение в виде интерференционных полос (максимумов интенсивности) и темных полос (минимумов интенсивности). Положение полос задается ординатой  $y$ . Выразим координату светлой полосы. Из треугольников  $S_1AM_1$  и  $S_2M_1B$

$$x_1^2 = (y_{M_1} - \frac{d}{2})^2 + L^2,$$

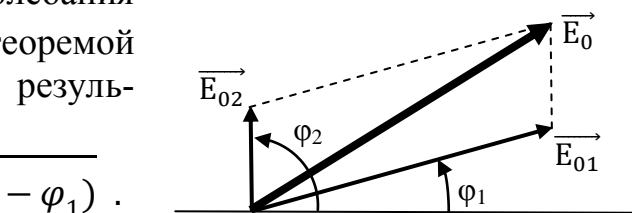


Рис. 6

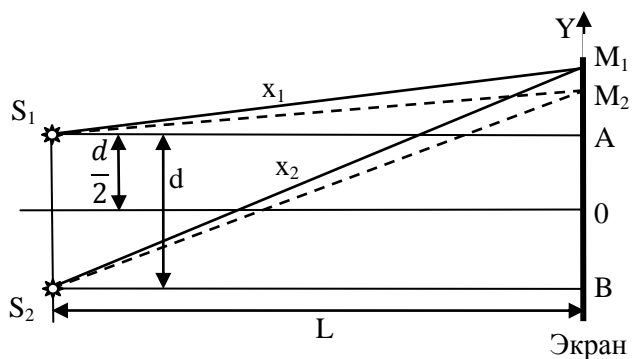


Рис. 7

$$x_2^2 = (y_{M_1} + \frac{d}{2})^2 + L^2.$$

Вычитаем из последнего уравнения первое:

$$x_2^2 - x_1^2 = (y_{M_1} + \frac{d}{2})^2 - (y_{M_1} - \frac{d}{2})^2.$$

Поскольку обычно  $d \ll L$ , то

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2L, & x_2 - x_1 &= \Delta, \\ 2L \cdot \Delta &= 2y_{M_1}d, & y_{M_1} &= \frac{L}{d}\Delta. \end{aligned}$$

Для светлой полосы  $\Delta = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ . Тогда

$$y_{M_1} = \frac{L}{d}m\lambda. \quad (4)$$

Выразим расстояние на экране между соседними светлыми полосами. Для этого по формуле (4) выразим ординаты соседних максимумов:

$$y_{M_2} = \frac{L}{d}m_2\lambda, \quad y_{M_1} = \frac{L}{d}m_1\lambda.$$

Вычтем из первого выражения второе:

$$\Delta y = y_{M_2} - y_{M_1} = \frac{L}{d}\lambda(m_2 - m_1) = \frac{L}{d}\lambda\Delta m = \frac{L}{d}\lambda. \quad (5)$$

Здесь  $\Delta m = 1$ . Следовательно, расстояние между соседними полосами постоянно, и полосы равномерно распределены по оси  $y$ . Это расстояние тем больше, а следовательно, тем отчетливее видна интерференционная картина, чем больше отношение  $L/d$ . Формулу (5) удобно использовать для определения длины волны света. Из формулы (4) видно, что в пределах одной полосы ( $m_1 = \text{const}$ )  $y_{M_1} \sim \lambda$ . Это говорит о том, что в пределах светлой полосы монохроматический свет распадается на спектр. Чем больше длина волны, тем дальше цветная полоса от центра экрана.

### 1.5. Интерференция в тонких пленках

Рассмотрим интерференцию лучей при взаимодействии света с тонкой пленкой (рис. 8). Пленка толщиной  $d$  имеет показатель преломления  $n$  больший, чем у окружающей среды. Луч света падает на пленку под углом  $\alpha$ , частично отражается и, преломляясь под углом  $\beta$ , заходит внутрь пленки. Затем он испытывает многократные отражения и преломления, в результате чего многократно расщепляется, и вверху возникает группа отраженных лучей 1, 2, а снизу – группа проходящих лучей 3, 4. Можно было бы рассмотреть и другие отраженные и проходящие лучи, однако пленка поглощает свет, и дальнейшие лучи, начиная с 5-го, имеют

интенсивность много меньшую, чем 1, 2, 3, 4, и в дальнейшем рассматриваться не будут. Отраженные лучи 1, 2, а также проходящие лучи 3, 4 – когерентны и, если их попарно наложить друг на друга, например, с помощью линз, будут интерферировать.

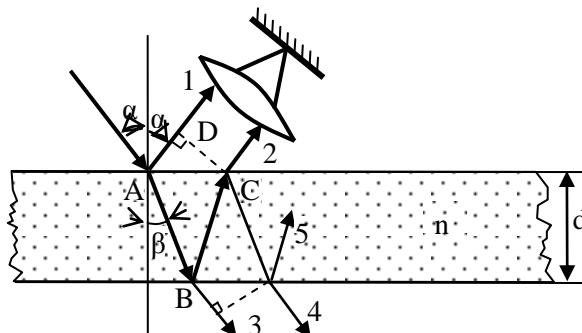


Рис. 8

На экране можно наблюдать светлые и темные полосы. Рассмотрим интерференцию отраженных лучей. Из рис. 8 видно, что оптическая разность хода между лучами 1 и 2 равна  $\Delta_{\text{оп}} = AB + BC - AD$ . Для того чтобы записать условия максимумов и минимумов интенсивности, необходимо учесть, что луч 1 получается в результате отражения от среды с большим показателем преломления, чем у окружающей (от оптически более плотной среды), а луч 2 испытывает отражение в точке В от оптически менее плотной среды. Как было отмечено ранее, при отражении волны от более плотной среды фаза колебания меняется на  $180^\circ$ , что равносильно прохождению дополнительного пути, равного половине длины волны. При отражении от менее плотной среды изменения фазы не происходит. Поэтому общая разность хода

$$\Delta_{\text{общ}} = ABC \cdot n - \left( AD + \frac{\lambda}{2} \right) = \Delta_{\text{опт}} - \frac{\lambda}{2}.$$

Теперь запишем условия максимумов и минимумов интенсивности:

$$\Delta_{\text{общ max}} = 2m \frac{\lambda}{2} = \Delta_{\text{опт}} - \frac{\lambda}{2};$$

$$\Delta_{\text{общ min}} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} = \Delta_{\text{опт}} - \frac{\lambda}{2}.$$

Следовательно,

$$\Delta_{\text{опт}} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{соответствует } I_{\text{max}};$$

$$\Delta_{\text{опт}} = 2m \frac{\lambda}{2} \quad \text{соответствует } I_{\text{min}}.$$

Таким образом, для интерференции отраженных лучей условия максимумов и минимумов интенсивности поменялись местами по отношению к таким условиям в общем случае интерференции света. Нетрудно убедиться, что для проходящих лучей такой перемены не происходит.

Из геометрических соображений легко вывести формулу, связывающую разность хода с углами падения, преломления и толщиной пленки:

$$\Delta_{\text{опт}} = 2d \sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2} = 2dn \cos \beta. \quad (6)$$

Запишем условие максимумов интенсивности с учетом (3, 6):

$$2d\sqrt{n^2 - (\sin \alpha)^2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (7)$$

Из этого соотношения видно, что если  $\lambda$ ,  $d$ ,  $n$  будут постоянны, то каждому значению  $m_i$  будет соответствовать определенный угол падения  $\alpha_i$ , то есть все лучи, падающие на пленку под углом  $\alpha_i$ , интерферируя, дадут одну полосу со значением  $m = m_i$ . Поэтому если на пленку падает рассеянный свет, то мы будем наблюдать полосы равного наклона. Каждая полоса соответствует определенному углу падения. Эти полосы локализируются в фокальной плоскости линзы, необходимой, чтобы наложить параллельные лучи (см. рис. 8). Человеческий глаз позволяет видеть эти полосы. Линзой служит хрусталик. Если в формуле (7) зафиксировать  $\lambda$ ,  $d$ ,  $n$ , а толщину пленки считать переменной, то каждому значению  $m$  будет соответствовать некоторая толщина  $d_i$ . То есть  $m$ -я полоса будет проходить везде, где толщина равна  $d_i$ . Такие полосы называются полосами равной толщины. Они локализируются вблизи пленки над ней, либо под ней, что видно из рис. 9. На рисунке точка пересечения (наложения) отраженных лучей  $A$  возникает в том месте, где локализуется полоса. Линза здесь не нужна.

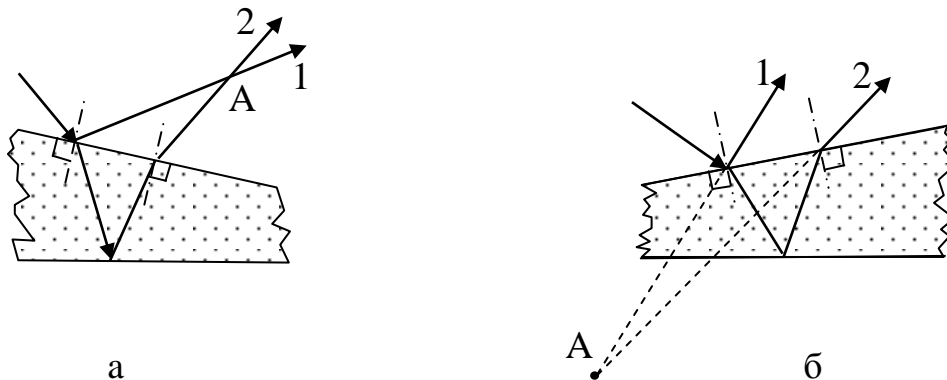


Рис. 9

Полосы равной толщины и равного наклона можно видеть в форме радужных полос на поверхности воды. Тонкой пленкой служит разлитый бензин, масло либо иное вещество с показателем преломления, отличным от  $n$  воды.

Примером полос равной толщины являются кольца Ньютона (рис. 10), которые наблюдаются с помощью устройства, состоящего из плоскопараллельной пластины и линзы с радиусом кривизны порядка 1 м. Тонкой пленкой здесь служит прослойка воздуха или другого вещества в зазоре между линзой и пластинкой с показателем преломления  $n$ . Поскольку кривизна поверхности линзы очень мала, можно считать приближенно, что свет падает по нормали к поверхностям линзы и пластинки. Из

треугольника ABC  $r = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2$ . Так как  $h \ll R$ , то  $r^2 \approx 2Rh$  и  $2h = r^2/R$ . Оптическая разность хода отраженных лучей 1 и 2

$$\Delta_{\text{опт}} = 2hn - \frac{\lambda}{2} = \frac{nr^2}{R} - \frac{\lambda}{2},$$

где учтено, что показатель преломления  $n$  прослойки меньше, чем показатель преломления линзы и плоскопараллельной пластины.

Пользуясь условиями максимумов и минимумов (3), получаем выражения для радиусов светлых и темных колец в отраженном свете:

$$r_{\text{св}} = \sqrt{\frac{(2m-1)R\lambda}{2n}}, \quad r_{\text{тем}} = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n}},$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$ .

Рассуждая подобным образом, можно получить аналогичные соотношения для проходящего света. Если используется белый свет, то каждое светлое кольцо представляет собой спектр.

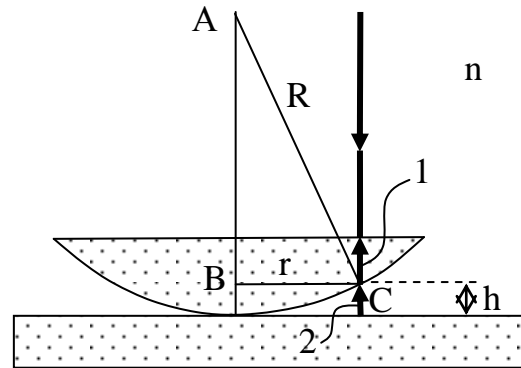


Рис. 10

## 1.6. Применение интерференции

Явление интерференции широко используется в науке и технике. Рассмотрим в качестве примеров «просветление оптики» и интерферометр Майкельсона.

При прохождении через любое оптическое стекло от каждой поверхности отражается примерно 4% световой энергии. В сложных устройствах, например объективах, отражения многократны и потери световой энергии велики. В просветлённой оптике для устранения отражения на поверхность стекла наносится тонкая плёнка вещества с показателем преломления отличным от  $n$  стекла. Обычно используются соединения щелочных металлов, показатель преломления у которых меньше, чем у стекла. Толщина плёнки подбирается так, чтобы волны, отражённые от обеих её поверхностей, погашали друг друга. Определим наименьшую толщину пленки, обеспечивающую этот эффект (рис.11). Оптическая разность хода должна равняться нечётному числу половинок длины волны, поскольку оба луча 1 и 2 отражаются от оптически более плотной среды. В обоих случаях добавляется дополнительный путь  $\lambda/2$ . При нахождении оптической

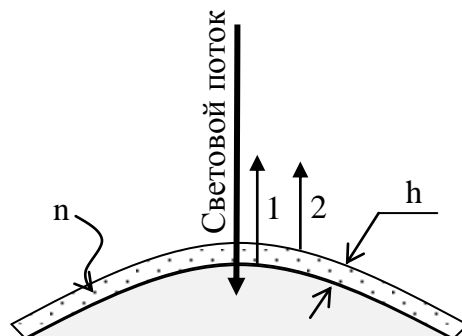


Рис. 11

разности хода эти половинки взаимно уничтожаются. Условие минимумов –  $2nh = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ . Отсюда  $h = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}$ . При  $m = 0$  минимальное значение  $h_{min} = \frac{\lambda}{4n}$ . Например, если  $\lambda = 0,5$  мкм и  $n = 1,25$ , то  $h_{min} = 0,1$  мкм.

Формула даёт наименьшую толщину плёнки, при которой ещё можно наблюдать интерференцию. Формулы показывают, что чем больше порядок  $m$ , тем большее число интерференционных полос помещается в поле зрения. Расчёты и эксперимент показывают, что при толщине плёнки больше 40 мкм (для  $n=1,5$ ,  $\lambda = 0,5$  мкм) интерференционных полос становится так много, что они сливаются, и интерференционная картина исчезает.

В технике различных измерений широко применяются интерферометры. Число их конструкций велико. Разнообразные измерительные возможности интерферометров легко показать на примере интерферометра Майкельсона, схема которого изображена на рис.12 а. Свет от источника  $S$  падает на полупрозрачное зеркало 1, которое пропускает половину светового потока, а половину отражает. Отражённый свет идёт к зеркалу 2, отражаясь от которого в виде луча А, попадает на линзу. Прошедший через зеркало 1 луч попадает на зеркало 3, отражаясь от которого падает вновь на зеркало 1. Отразившись от зеркала 1, свет в виде луча В попадает на линзу. На экране, размещённом в фокальной плоскости линзы, лучи А и В совмещаются и интерферируют. Интерференционная картина наблюдается в виде светлых и тёмных полос. Расстояние между зеркалами 1 и 2 –  $\ell_1$ , а между 1 и 3 –  $\ell_2$ .

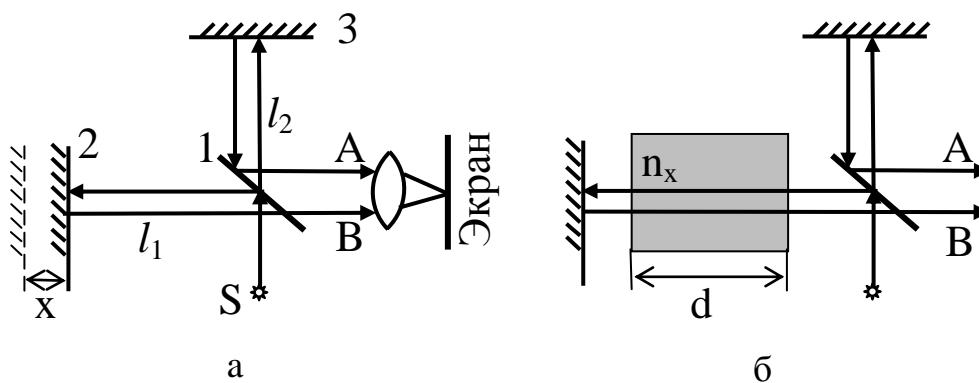


Рис. 12

Условия максимумов и минимумов для лучей А и В:

$$2(l_1 - l_2) = 2m\frac{\lambda}{2} \quad \text{для } max;$$

$$2(l_1 - l_2) = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{для } min.$$

Здесь  $2(l_1 - l_2) = 2l_1 - 2l_2$  — есть разность хода.

Рассмотрим применение интерферометра как прибора для измерения линейных перемещений. Предположим, что зеркало 2 сместилось на некоторое расстояние. Необходимо измерить это расстояние. Запишем условия максимумов до и после перемещения:

$$\begin{aligned} 2l_1 - 2l_2 &= 2m_1 \frac{\lambda}{2}, \\ 2(l_1 + x) - 2l_2 &= 2m_2 \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Вычтем из второго уравнения первое:

$$2x = 2(m_1 - m_2) \frac{\lambda}{2},$$

откуда 
$$x = (m_1 - m_2) \frac{\lambda}{2} = \Delta m \frac{\lambda}{2}.$$

Если  $\Delta m = 1$  (картина сместилась на одну полосу), то  $x_{min} = \frac{\lambda}{2}$ , то есть интерферометр позволяет измерять перемещение с точностью до  $\frac{\lambda}{2}$ . В действительности можно зафиксировать сдвиг полосы и на меньшую величину, чем расстояние между полосами. Кроме того, можно лучи А и В сформировать в результате многократного отражения от зеркал 1 и 3 и тем самым значительно повысить точность измерения, доведя ее до 0,01 – 0,05 мкм. Формула, выражающая связь линейного перемещения с длиной световой волны, позволяет градуировать приборы для измерения линейных размеров, в частности изготовить эталон метра.

Теперь рассмотрим применение интерферометра в качестве прибора для измерения показателя преломления (рис. 12б). Предположим, что между зеркалами 1 и 2 поместили образец из вещества с неизвестным показателем преломления  $n_x$  длиной  $d$ . Запишем условия максимумов в отсутствие образца и после его установки:

$$\begin{aligned} l_1 - l_2 &= m_1 \lambda ; \\ l_1 - d + dn_x - l_2 &= m_2 \lambda . \end{aligned}$$

Вычитая из второго уравнения первое, получаем:

$$d(n_x - 1) = (m_2 - m_1)\lambda = \Delta m \lambda , \quad \text{откуда} \quad n_x = 1 + \frac{\Delta m \lambda}{d} .$$

По этой формуле с высокой точностью можно определить показатель преломления образца.

Если вместо второго зеркала установить шероховатую поверхность, то на экране можно наблюдать волнистые полосы равной толщины, по форме и расположению которых можно определить высоту микронеровностей шероховатой поверхности. На этом принципе основан специальный интерферометр Линника, предназначенный для измерения шероховатости поверхностей.

Необходимо напомнить, что Майкельсон применил свой интерферометр для измерения скорости движения Земли относительно

неподвижного эфира. Отрицательный результат этого опыта лег в основу теории относительности.

## 2. Дифракция света

### 2.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракция заключается в огибании светом препятствий и захождении в область геометрической тени. Явление дифракции может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, который заключается в том, что каждую точку фронта волны можно считать новым источником вторичных сферических волн. Огибающая поверхность всех сферических фронтов даст новое положение фронта волны (рис. 13). На рис. 13а показано, как с помощью принципа можно построить положение фронта волны в момент времени  $t + \Delta t$ , зная положение фронта в момент времени  $t$ . На рис. 13б показано, как можно объяснить захождение света в область геометрической тени и образование полутени на примере взаимодействия плоской волны с отверстием в экране. Половинки от сферических фронтов, создаваемые крайними точками А и В, оказываются в области тени. Заштрихованные области представляют собою полутень.

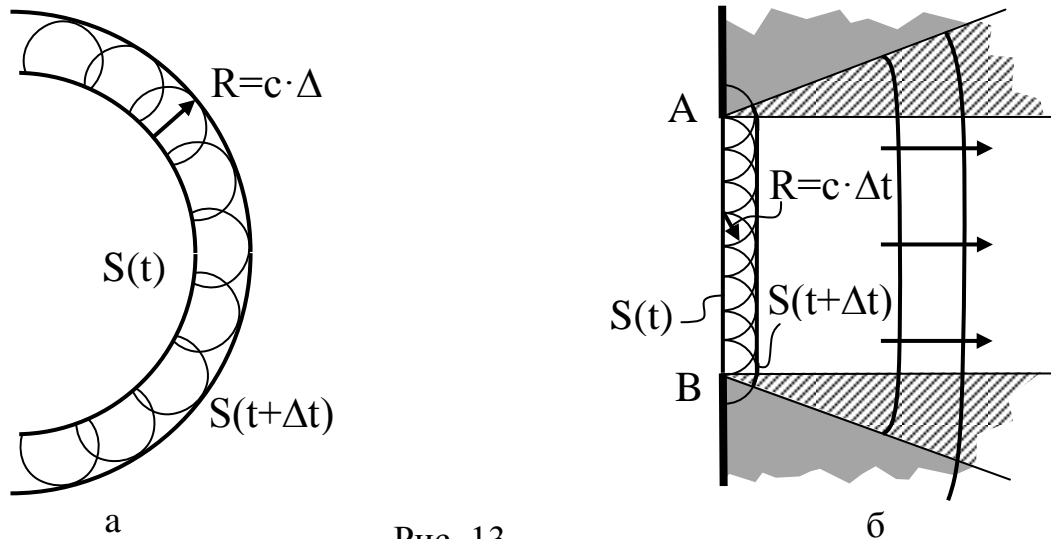


Рис. 13

Однако принцип Гюйгенса дает лишь качественное объяснение дифракции, но не позволяет вычислить амплитуду и, следовательно, интенсивность волн, распространяющихся в разных направлениях. Френель развил теорию дифракции. Он предложил рассчитывать дифракционную картину как результат интерференции вторичных волн, вытекающий из принципа Гюйгенса. Амплитуда результирующей волны находится с учётом амплитуд и фаз вторичных волн.

Различают два вида дифракции. Если дифракция наблюдается в параллельных лучах, то она называется фраунгоферовой. Если в непараллельных лучах, то говорят о дифракции по Френелю.

## 2.2. Метод зон Френеля

Для расчёта дифракционной картины Френель предложил разбивать фронт на кольцевые зоны. При построении зон расстояния от краёв каждой зоны до точки, в которой нужно найти интенсивность света, отличаются на  $\lambda/2$ .

На рис. 14  $S(t)$  – положение фронта волны в момент  $t$ .  $P$  – точка, в которой необходимо определить интенсивность света. Очевидно, что расстояние до внешнего края  $m$  – й зоны

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}. \quad (8)$$

Как видно из рисунка, зоны представляют собой кольца, расположенные на поверхности фронта волны, причём первая зона имеет вид диска. Колебания, приходящие в точку  $P$  от аналогичных точек соседних зон, например, середин, имеют разность хода  $\lambda/2$ , что соответствует условию минимума для интерференции (раздел 1.1.4). Поэтому колебания от двух соседних зон будут ослаблять друг друга. Для расчёта интенсивности света в точке  $P$  необходимо знать площадь зон. Геометрический расчёт для не слишком большого числа зон даёт формулу  $\Delta S_m = \frac{\pi R b \lambda}{R + b}$ .

То есть площадь зоны зависит от  $m$ . При небольших  $m$  площадь зон примерно одинаковы. Однако в соответствие с (8) расстояние зоны от точки  $P$  линейно растёт с ростом номера зоны  $m$ . Угол  $\varphi$  (рис. 14) между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку  $P$  также растёт с ростом  $m$ . Поэтому амплитуда колебаний, посылаемых каждой зоной в точку  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ . Следовательно,  $E_{01} > E_{02} > E_{03} > \dots > E_{0m-1} > E_{0m} > E_{0m+1}$ . Поскольку каждая пара зон ослабляет друг друга, то результирующая амплитуда

$$E_0 = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \quad (9)$$

Перепишем это в виде

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \left( \frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{02}}{2} \right) + \left( \frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2} \right) + \dots$$

Амплитуда монотонно убывает, поэтому, приближённо можно считать, что

$$E_{0m} = \frac{E_{0m-1} + E_{0m+1}}{2}.$$

Выражения в скобках станут равны нулю, и

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2},$$



когда открыта часть зон от центра до границы, соответствующей точке В (рис.16).

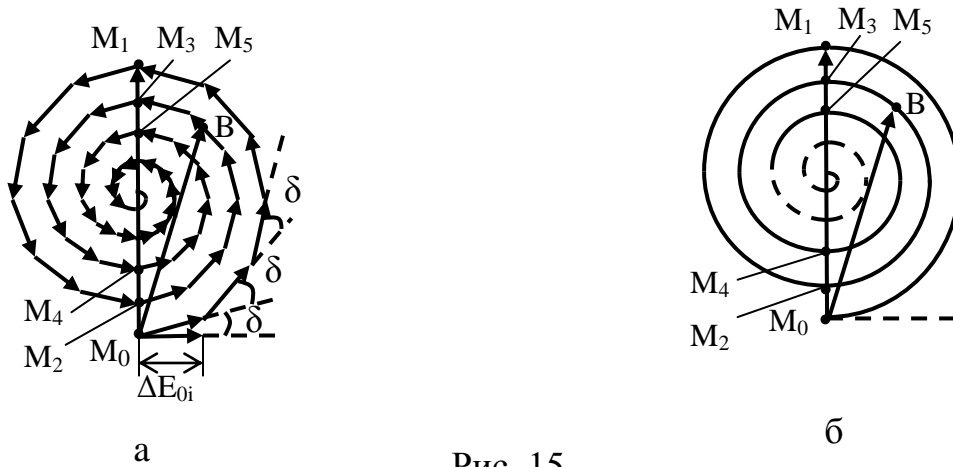


Рис. 15

Если фронт волны вошел в отверстие диафрагмы (рис.16) и на вошедшей части укладывается малое число зон, то амплитуды всех зон можно считать примерно одинаковыми. Тогда в соответствии с формулой (9), если в отверстии уложится чётное число зон, то все зоны попарно погасят друг друга, и результирующая амплитуда будет равна нулю. Если уложится нечетное число зон ( $2m + 1$ ), то четная часть ( $2m$ ) погасит друг друга, а оставшаяся одна зона даст в точке Р максимум интенсивности света. Такой приём применяется при расчете дифракции света на сравнительно небольших отверстиях.

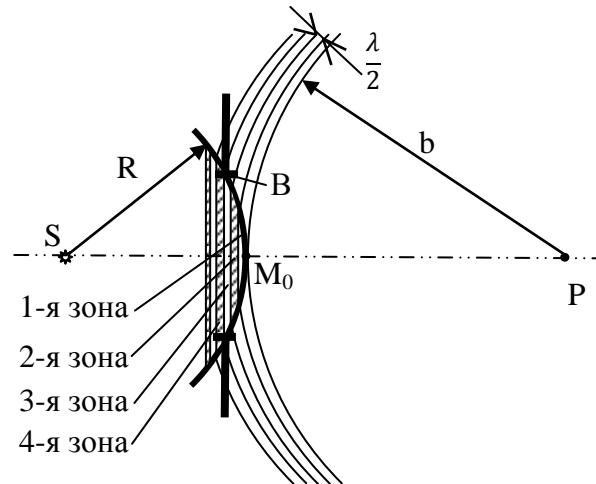


Рис. 16

### 2.3. Дифракция света на отдельной щели

Предположим, что плоская световая волна падает на диафрагму со щелью (рис. 17). Лучи направлены по нормали к плоскости щели. Следует заметить, что под щелью в оптике понимают прямоугольное отверстие, ширина которого много меньше длины. Свет будет огибать края щели. Соберем с помощью линзы лучи, рассеянные под углом  $\alpha$  относительно нормали к плоскости щели. Разобьём фронт волны  $S(t)$  на зоны Френеля, проводя плоскости, перпендикулярные к выбранным лучам, так, что

расстояние между ними  $\lambda/2$ . Первой такой плоскостью является плоскость АВ. Из рис. 17 видно, что в щели уложится столько зон, сколько  $\lambda/2$  уложится в отрезке СВ, то есть

$$N = \frac{CB}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b \sin \alpha}{\frac{\lambda}{2}} .$$

Если  $N = 2m$ , чётному числу, зоны попарно погасят друг друга, на экране в фокусе линзы увидим тёмное пятно. Если  $N = 2m + 1$ , нечётному числу, чётная часть погасит друг друга, оставшаяся зона даст максимум. В связи с этим условия максимумов и минимумов принимают вид

$$b \sin \alpha = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{для max} ; \quad (10)$$

$$b \sin \alpha = 2m \frac{\lambda}{2} \quad \text{для min} ,$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$

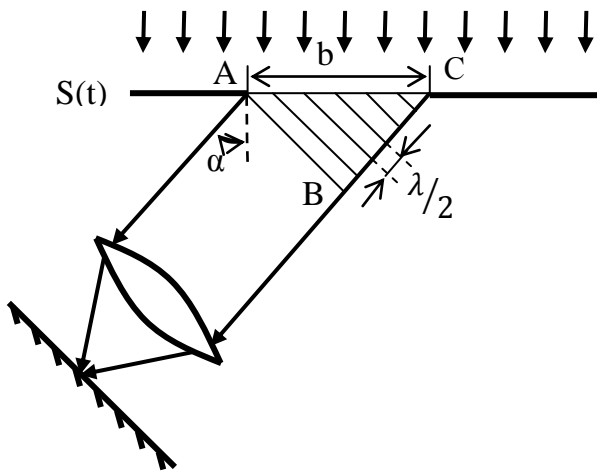


Рис. 17

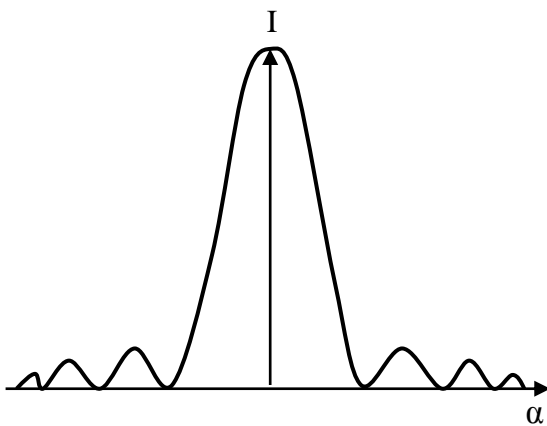


Рис. 18

На рис. 18 представлен график распределения интенсивности света в зависимости от угла дифракции. Большая часть энергии приходится на долю центрального максимума. Из формул (10) число минимумов с одной из сторон щели

$$m = \frac{b \sin \alpha}{\lambda} .$$

При  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  ( $\sin \alpha \rightarrow 1$ ):  $m_{\max} = b/\lambda$ . Если  $b < \lambda$ , минимумы не возникают. Из формул (10) следует, что при каждом фиксированном  $m$   $\sin \alpha \sim \lambda$ , поэтому если на щель падает белый свет, то каждой длине волны будет соответствовать свой угол дифракции. Следовательно, каждый максимум, кроме центрального, представляет собой спектр. Причем чем больше длина волны, тем дальше удалена цветная полоса от центра картины. Если  $b \gg \lambda$ , число максимумов в поле зрения растёт, угловое расстояние между ними

снижается, и вся картина стягивается к границам центрального максимума, являющегося изображением щели.

## 2.4. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка – совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей. Расстояние между соседними щелями называется постоянной, или периодом, решетки ( $d$ ). Решетка обычно изготавливается из плоскопараллельного стекла, на поверхности которого с помощью специального устройства алмазным резцом наносятся царапины. Промежутки между царапинами пропускают свет и служат «щелями». Изготавливают также и отражательные решетки. В этом случае на зеркало наносятся царапины, промежутки между которыми играют роль щелей. Рассмотрим дифракцию света, падающего в виде плоской волны на решетку по нормали к ней (рис. 19).

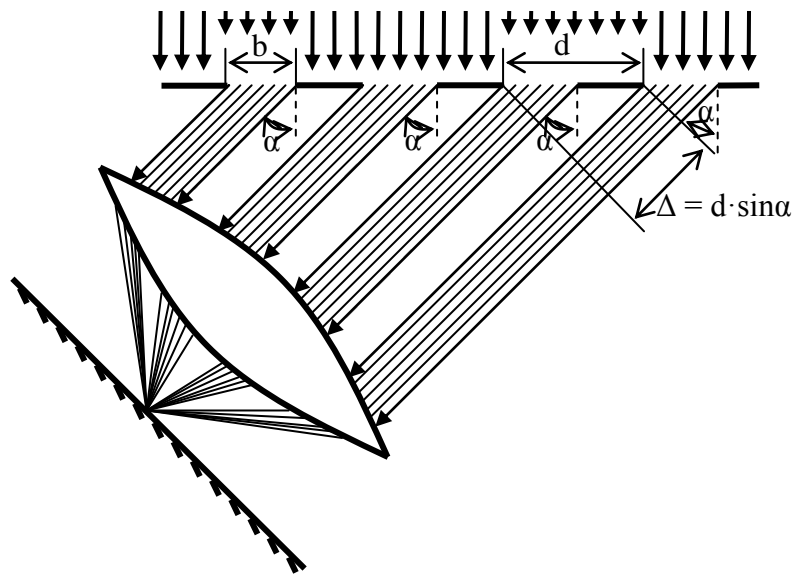


Рис. 19

Разобьем открываемую каждой щелью часть фронта волны на волны Френеля, аналогично тому, как это было сделано для одиночной щели в предыдущем разделе. Соберем на экране с помощью линзы лучи, идущие под углом  $\alpha$ . Если данный угол соответствует условию минимумов для одной щели (10), то суммарная интенсивность от всех щелей будет также минимальна; то есть условие минимумов для решетки совпадает с условием для одной щели:

$$b \sin \alpha = m\lambda .$$

Если разность хода света от аналогичных зон двух соседних щелей соответствует условию максимумов для интерференции, то зоны усилят друг друга. Это справедливо для всех пар соответствующих зон обеих щелей, а следовательно, и для обеих щелей в целом. Поэтому результирующая амплитуда для двух щелей будет равна сумме амплитуд двух щелей. Учитывая, что площадь щелей одинакова:

$$E_{02} = 2E_{0 \text{ щели}} .$$

Если число щелей –  $N$ , то результирующая амплитуда

$$E_{02} = NE_{0 \text{ щели}} .$$

Интенсивность света на экране пропорциональна квадрату результирующей амплитуды:

$$I_{\text{рез}} = \sim E_0^2 = N^2 E_{0 \text{ щели}}^2 .$$

Поскольку интенсивность от одной щели  $I_{\text{щели}} \sim E_{0 \text{ щели}}^2$ , то из сказанного вытекает, что

$$I_{\text{рез}} = N^2 I_{\text{щели}} ,$$

то есть интенсивность света на экране пропорциональна квадрату числа щелей. Поэтому хорошие решетки содержат большое число щелей.

Из сказанного ясно, что условие максимумов для решетки совпадает с условием максимумов для интерференции:

$$\Delta = d \sin \alpha = m\lambda , \quad (11)$$

где  $m$  – порядок максимума ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Необходимо отметить, что это условие главных максимумов, между которыми располагаются вторичные максимумы и минимумы, теорию которых мы здесь не рассматриваем.

Сравним графики распределения интенсивности света по углам дифракции для одной щели и решетки (рис. 20). Кривая для одной щели показана пунктиром. Рисунок построен для решетки из 4-х щелей ( $d/b = 3$ ). Количество главных максимумов с одной из сторон от центрального (11) находится из условия  $\sin \alpha = 1$ .

$$m_{\text{max}} = \frac{d}{\lambda} .$$

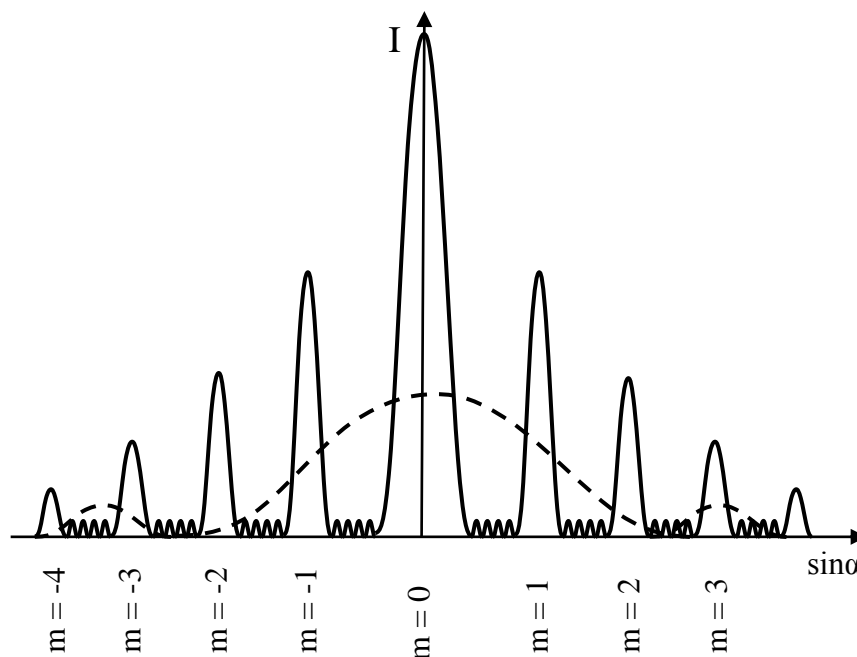


Рис. 20

Из формулы (11) следует, что при фиксированном порядке максимума  $\sin \alpha \sim \lambda$ . Следовательно, если на решетку падает белый свет, то в пределах каждого максимума, кроме центрального (максимум 0-го порядка), увидим спектр. В каждом спектре фиолетовая линия будет наблюдаться ближе к центру картины, а красная – дальше от центра.

## 2.5 Спектральные характеристики решетки

Для оценки качества решетки, с точки зрения получения отчетливого и контрастного изображения дифракционной картины, служат две характеристики: угловая дисперсия и разрешающая способность.

Угловой дисперсией называется величина  $D = \frac{d\alpha}{d\lambda}$ , характеризующая способность раздвигать полосы, длина волны которых отличается на  $d\lambda$ , на угол  $d\alpha$ . Смысл сказанного поясняет рис. 21, где изображены графики распределения интенсивности света по углам дифракции. Первая решетка раздвигает соседние максимумы на угол  $\Delta\alpha_1$ , вторая – на  $\Delta\alpha_2$ :  $\Delta\alpha_1 > \Delta\alpha_2$ . Следовательно, первая решетка даст более четкое изображение дифракционного спектра. Для неё  $D_1 > D_2$ . Угловую дисперсию легко выразить, продифференцировав условие главных максимумов (11):

$$d \cos \alpha \, d\alpha = m d\lambda .$$

Отсюда

$$D = \frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \alpha} .$$

Для небольших углов  $\cos \alpha \approx 1$  и  $D \cong \frac{m}{d}$ . Чем выше порядок спектра, тем больше угловая дисперсия. Уменьшение постоянной решетки приводит к росту дисперсии.

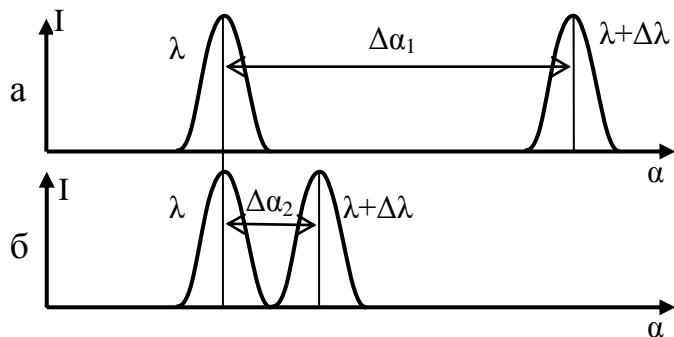


Рис. 21

Разрешающая способность характеризует возможность разрешения (раздельного восприятия) двух соседних спектральных линий. При этом речь идет не о расстоянии между линиями, которое определяется дисперсией, а о ширине линий. Сказанное поясняется рис. 22, где показаны графики распределения интенсивности света для двух решеток. Первая решетка (рис. 22 а) дает отчетливое изображение. Спектральные линии резко очерчены, узкие, разделены промежутком.

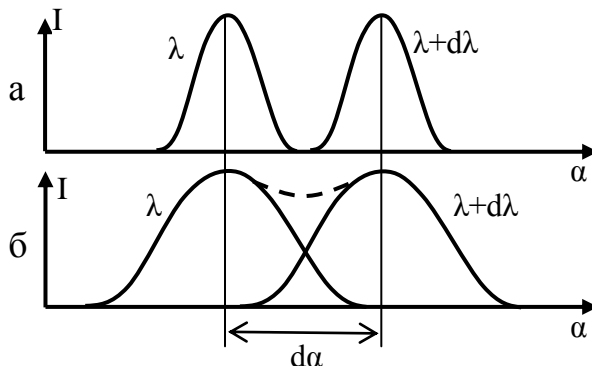


Рис. 22

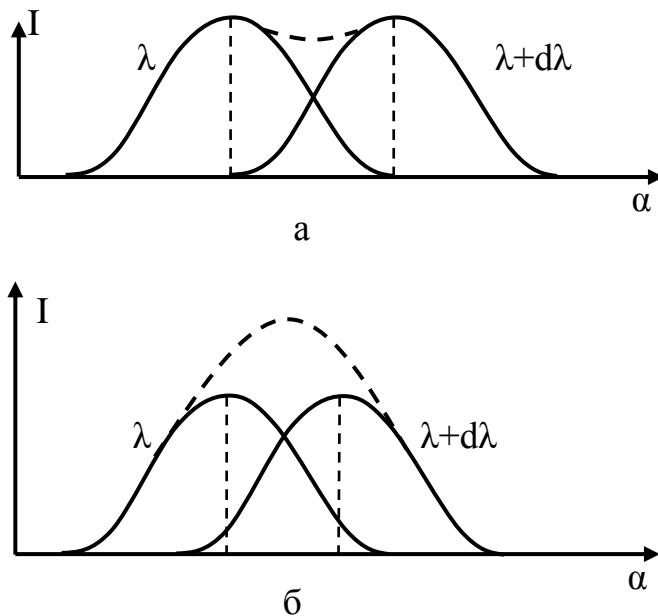


Рис. 23

Вторая решетка (рис. 22 б) раздвигает те же длины волн на такой же угол, что и первая решетка; но ширина линий велика, и максимумы перекрываются. Результирующая кривая изображена пунктиром. Естественно, что вторая не дает контрастного изображения двух линий. Согласно критерию, предложенному Релеем, соседние спектральные линии можно считать как две отдельные, если середина максимума одной линии совпадает с минимумом другой (рис. 23 а). В этом случае результирующая кривая (пунктир) имеет впадину, и можно считать обе линии разрешенными. Если же минимум последующей линии заходит за середину предыдущей (рис. 23 б), то линии перекрываются и оба максимума воспринимаются как один. Основываясь на критерии Релея, можно получить выражение разрешающей способности в виде

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN .$$

Разрешающая способность дифракционной решетки пропорциональна общему числу щелей. Лучшие решетки имеют до 1200 штрихов на 1 мм, и общее число штрихов достигает при этом порядка  $2 \cdot 10^5$ .

## 2.6. Предел разрешающей способности объектива

Пусть на непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием диаметра  $D$  падает световая волна от источника  $S$  (рис. 24 а). При наблюдении через это отверстие за объектом, удаленном от экрана на

расстояние  $R \gg D$ , что реализуется в таких оптических системах как телескоп, фотоаппарат, глаз, падающую световую волну можно считать плоской. Дифракционная картина от круглого отверстия на расстояниях, больших чем  $L > D^2/\lambda$  (дифракция в приближении Фраунгофера), имеет

вид центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами. Если учесть, что в пределах центрального пятна сосредоточено около 84% всей энергии, проходящей через отверстие, то другие максимумы не имеют практического значения, и в первом приближении дифракционную картину можно считать состоящей из одного лишь центрального светлого пятна. Как показывает расчет, угол, под которым из центра отверстия видно первое темное дифракционное кольцо, равен  $\Delta\varphi_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ , и он не зависит от расстояния  $L$  между отверстием и экраном, на котором наблюдается дифракционная картина. Следовательно, угловой размер центрального светлого пятна, наблюдаемого из центра круглого отверстия, равен

$$\varphi = 2\Delta\varphi_1 = 2,44 \frac{\lambda}{D} . \quad (12)$$

В оптических приборах дифракционную картину Фраунгофера обычно наблюдают в фокальной плоскости линзы, поставленной за отверстием (рис. 24 б). Дифракционная картина не зависит от расстояния между отверстием и линзой. В частности, она будет такой же в случае, когда края отверстия совмещены с краями линзы. Таким образом, изображением бесконечно удаленного точечного источника света, даваемого реальной линзой с ограниченными линейными размерами, будет являться световое пятно. Размер этого пятна уменьшается с ростом диаметра линзы согласно формуле (12).

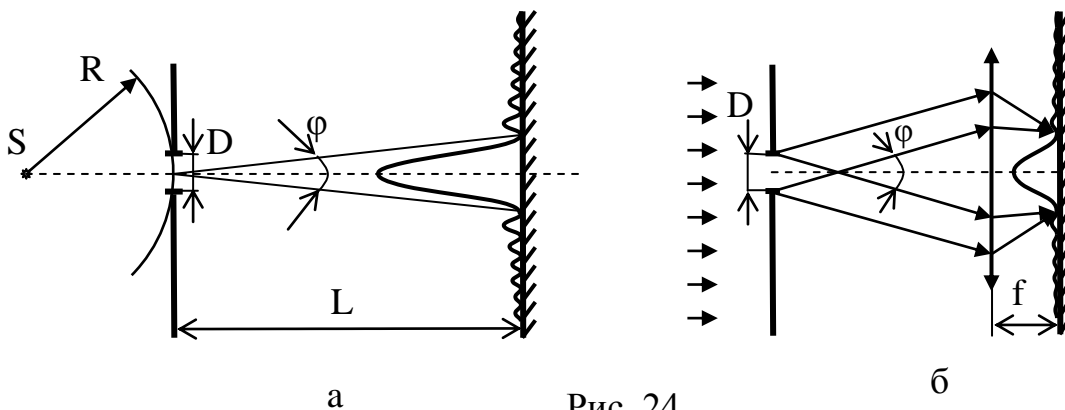


Рис. 24

Разрешающая способность оптических приборов ограничивается дифракцией Фраунгофера на их входной апертуре, поскольку при этом каждая точка объекта изображается дифракционной картиной с центром в точке, соответствующей идеальному геометрическому изображению.

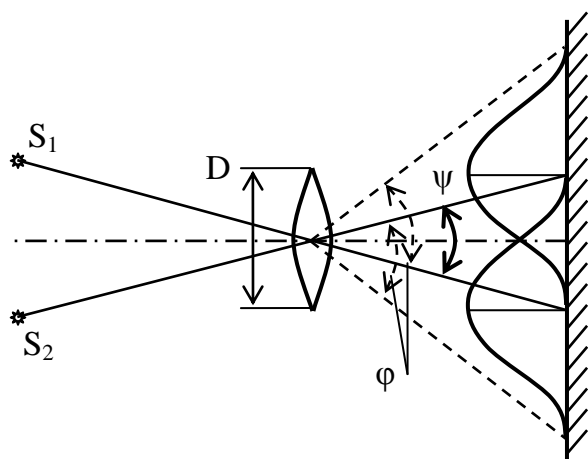


Рис. 25

Наименьшее угловое расстояние между двумя светящимися точками  $\psi$ , когда эти точки можно считать отдельными, можно определить с помощью критерия Релея (рис. 25). Из рисунка видно, что

$$\psi = \frac{\varphi}{2} = 1,22 \frac{\lambda}{D} .$$

Величина, обратная  $\psi$ , называется разрешающей способностью оптического прибора

$$R = \frac{1}{\psi} = \frac{D}{1,22\lambda} .$$

Следовательно, разрешающая способность тем больше, чем больше диаметр линзы.

Рассмотрим в качестве примера разрешающую способность зрачка глаза. Диаметр зрачка при нормальном освещении составляет примерно 2 мм. Взяв  $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$  мм, получаем  $R = \frac{2}{1,22 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \cong 3,3 \cdot 10^3$ , величина угла  $\psi = \frac{1}{R} \cong 3 \cdot 10^{-4}$  рад. Изображение получается на сетчатке глаза. Минимальное расстояние между изображениями двух точек на сетчатке, если принять диаметр глаза  $d = 25$  мм:

$$l = \psi d = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 25 = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм.}$$

Таково же примерно расстояние между светочувствительными нервными окончаниями сетчатки, то есть строение глаза соответствует волновой природе света.

## 2.7. Дифракция на пространственной решетке

Предположим, что на пути монохроматической световой волны установлены две решетки со взаимно перпендикулярными щелями (рис. 26 а) количеством  $m_1$  и  $m_2$ . Условия главных максимумов для решеток:

$$d_1 \sin \alpha_1 = m_1 \lambda ,$$

$$d_2 \sin \alpha_2 = m_2 \lambda .$$

После первой решетки будет наблюдаться картина, изображенная на рис. 26 б слева. После прохождения второй решетки линии

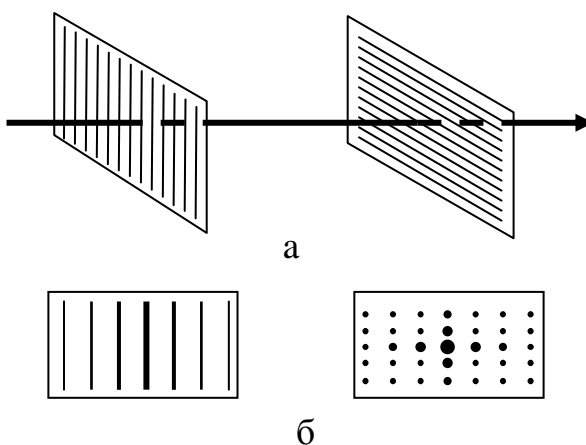


Рис. 26

расщепятся на отдельные пятна (рис. 26 б справа). Такой же результат получится, если совместить эти две решетки в одну со взаимно перпендикулярными штрихами, если сделать решетку в виде сетки, либо в виде непрозрачной пластины с регулярно расположенными малыми отверстиями или в виде прозрачной пластины с регулярно размещенными темными пятнами, либо наклеенными маленькими непрозрачными шариками, то есть дифракция будет наблюдаться на любой двумерной регулярной структуре при условии, что расстояние между элементами структуры  $d \geq \lambda$  (см. условие главных максимумов).

Естественно, что дифракция может наблюдаться и на трехмерной структуре, какой, например, является кристаллическая решетка твердых тел. Поскольку расстояние между атомами в решетке порядка  $10^{-9}$  м, то дифракционную картину могут дать лишь рентгеновские лучи, у которых  $\lambda \leq 10^{-10}$  м.

Русский ученый Ю.В. Вульф и английские физики У.Г. Брэгг и У.Л. Брэгг предложили способ расчета дифракционной картины рентгеновских лучей на кристаллической решетке (рис. 27). Через узлы решетки проведены плоскости  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , которые называют атомными слоями. На поверхность кристалла падает плоская волна под углом скольжения  $\theta$ . Отраженная от атомных слоев вторичная волна будет также плоской. Плоские отраженные от слоев  $\alpha$  и  $\beta$  волны когерентны и будут интерферировать. Разность хода между лучами 1 и 2 (длину ломаной ABC) можно рассчитать по формуле

$$\Delta = 2d \sin \theta .$$

Условие максимумов:

$$2d \sin \theta = m\lambda . \quad (13)$$

Это соотношение названо в честь авторов формулой Вулфа-Брэгга. Атомные слои можно провести множеством способов, но заметную интенсивность дают лишь те слои, которые наиболее густо усеяны атомами.

Дифракция рентгеновских лучей используется в основном для двух целей: для изучения спектрального состава рентгеновских лучей (спектроскопия) и изучения структуры вещества (структурный анализ). Рентгеновская спектроскопия основана на применении формулы Вулфа-Брэгга для определения волны рентгеновских лучей при изучении их дифракции на кристалле с известным расстоянием между слоями.

Применение рентгеноструктурного анализа рассмотрим на примере метода Дебая-Шерера. Исследуемое вещество измельчается, и из

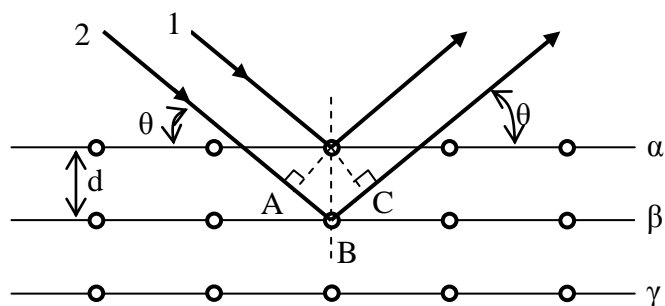


Рис. 27

порошка прессуют образец в виде проволоки. Образец устанавливают в центре цилиндрической камеры (рис. 28 а), внутри которой вдоль боковой поверхности укладывается фотопленка. Среди кристалликов всегда найдется множество таких, для которых выполняется условие максимумов (13). Лучи, испытавшие дифракцию, будут для разных кристалликов лежать во всевозможных плоскостях. Поэтому для каждой системы ориентированных слоев и каждого  $m$  получается не одно направление максимума, а конус направлений, ось которого направлена вдоль падающего пучка. На пленке (рис. 28 б) получается картина в виде симметрично расположенных полос. Каждая пара полос соответствует дифракционному максимуму с некоторым значением  $m$ . Расшифровка рентгенограммы позволяет определить параметры кристаллической решетки.

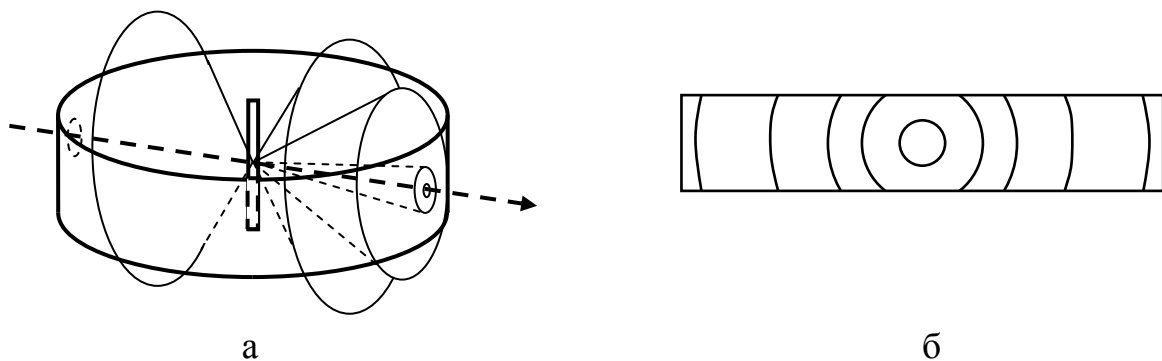


Рис. 28

## 2.8. Голография

Голография получила развитие в начале 60-х годов и является одним из применений интерференции света. Голограмма похожа на фотографический негатив. Хотя этот негатив и плоский, если его рассматривать в монохроматическом свете, то можно увидеть перед или за негативом полное трехмерное изображение предмета. Голографическое изображение интересно тем, что в какую бы сторону мы не перемещались, разглядывая голограмму, мы будем наблюдать разные части изображения, новые подробности его строения, как если бы мы осматривали реальный предмет. Интересно и то, что изображение на негативе вовсе не похоже на предмет. Негатив похож на множество накладывающихся отпечатков пальцев. Хотя в разных частях голограммы узор различен, любой кусок голограммы (если, например, ее разрезать) даст то же самое трехмерное изображение, но менее четкое.

Чтобы получить голограмму, предмет освещается когерентным светом лазера (рис. 29 а). На пленку попадает отраженный предметом свет, а также отраженные от зеркала лучи. Все эти лучи когерентны, и на пленке возникает интерференционная картина. Если свет не когерентен, то пленка засвечивается равномерно.

Пленка проявляется, и голограмма готова. Если теперь голограмму осветить аналогичным светом, то восстанавливается первоначальный фронт волны, отраженный объектом, который несет в себе информацию о форме предмета (рис. 29 б).

Голография была теоретически разработана в 1949 году, но реализовать ее до изобретения лазера не удавалось. Голография позволит в недалеком будущем снимать объемные кинофильмы, получать нужные для медицины объемные изображения органов человеческого тела, создавать новые методы дефектоскопии. Уже сейчас можно видеть объемные голографические изображения разных объектов на выставках. В некоторых ювелирных магазинах на витринах вместо драгоценностей созданы их голографические изображения, ничем не уступающие по зрительному восприятию реальным вещам.

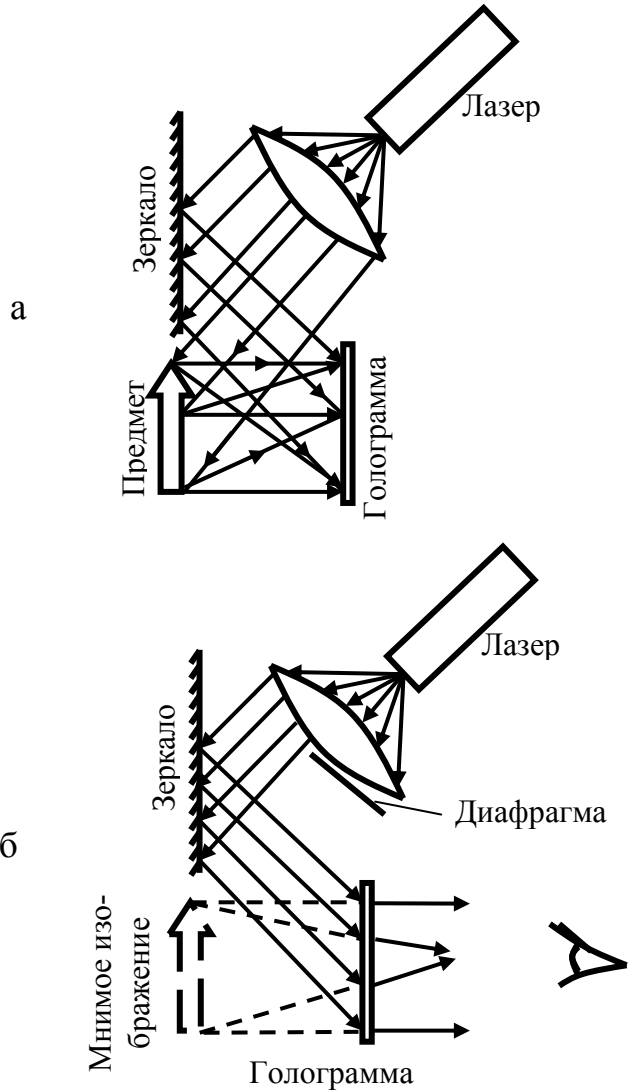


Рис. 29

### 3. Дисперсия и поглощение света

#### 3.1. Явление дисперсии света

Дисперсия заключается в разложении белого света на спектр при прохождении через вещество в связи с зависимостью показателя преломления вещества (скорости света в веществе) от длины волны. Мерой

дисперсии является величина  $D = \frac{dn}{d\lambda_0}$ , которую называют дисперсией вещества. Здесь  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме. Если  $D < 0$ , то есть показатель

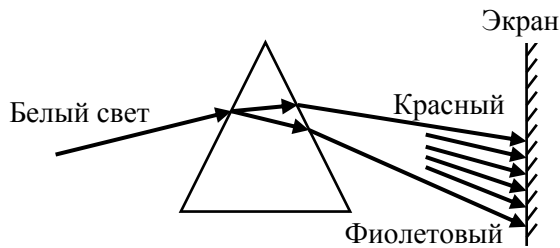


Рис. 30

преломления падает с ростом длины волны, дисперсию называют нормальной. Ее мы и наблюдаем, разлагая белый цвет на составные цвета с помощью призмы (рис. 30).

На рис. 31 показан график зависимости  $n(\lambda_0)$  для нормальной дисперсии. Обычно для описания этой зависимости пользуются формулой

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2},$$

где  $a$  и  $b$  – константы. В этом случае  $D = -\frac{2b}{\lambda_0^3}$ , что примерно соответствует графику на рис. 31.

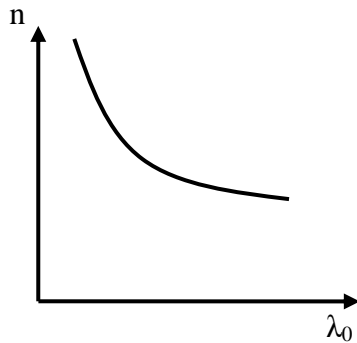


Рис. 31

Если вещество поглощает лучи в некотором диапазоне длин волн, то в этих областях наблюдается аномальная дисперсия, при которой  $D > 0$ , и более длинные волны преломляются больше, чем короткие. Области аномальной дисперсии удобно представить на графике зависимости показателя преломления от частоты волны (рис. 32). Поскольку  $\lambda_0 = \frac{2\pi c_0}{\Omega}$ , то  $D_1 = \frac{dn}{d\Omega} \sim \frac{1}{D}$  и для нормальной и для аномальной дисперсии соответственно:  $D_1 > 0$ ,  $D_1 < 0$ .

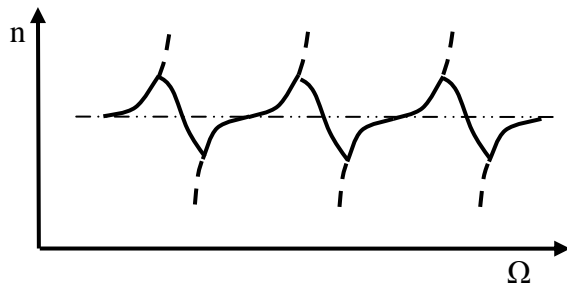


Рис. 32

### 3.2. Электронная теория дисперсии

Дисперсия может быть объяснена на основе волновой теории света и электронной теории вещества. Для качественного понимания дисперсии Лоренц предложил модель атома или молекулы, в которой электрон упруго связан с остальной частью атома. Под действием электрического поля световой волны атом или молекула превращается в диполь (рис. 33). Будучи выведенными из равновесия, электроны начнут колебаться

относительно атомного остатка, теряя энергию на излучение электромагнитных волн. Колебания будут затухать. Пополнение энергии будет происходить за счет световой волны. Вынуждающая сила:  $F = eE(t)$ . Здесь предполагается, что напряженность электрического поля в волне  $E(t) = eE_0 \cos(\Omega t)$ , то есть  $F = F_0 \cos(\Omega t)$ , где  $F_0 = eE_0$  – амплитуда силы.

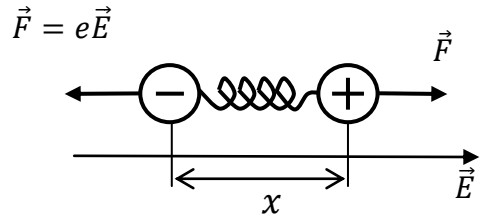


Рис. 33

Электрон совершает вынужденные колебания по закону

$$x = A \cos(\Omega t - \Delta\varphi), \quad (14)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $\Delta\varphi$  – сдвиг по фазе между смещением и вынуждающей силой. Амплитуда колебаний и сдвиг по фазе имеют вид

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} = \frac{\frac{eE_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}, \quad (15)$$

$$\Delta\varphi = \arctg \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Здесь  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  – собственная частота электрона;  $k$  – жесткость связи электрона с атомным остатком;  $m$  – масса электрона;  $\beta$  – коэффициент затухания.

Подставляя (15) в (14), получаем

$$x = \frac{\frac{e}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} E_0 \cos(\Omega t + \Delta\varphi).$$

Если пренебречь затуханием ( $\beta = 0$ ), то это выражение упростится:

$$x = \frac{\frac{e}{m}}{\omega_0^2 - \Omega^2} E_0 \cos \Omega t.$$

Электрический момент диполя

$$P_i = ex_i = \frac{\frac{e^2}{m}}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2} E(t)$$

Индекс  $i$  поставлен, поскольку разноудаленные от ядра электроны имеют различную жесткость связи с атомным остатком, а следовательно, и разные частоты. Здесь рассматривается электрический момент для некоторого  $i$ -того электрона. Электрический момент для всех электронов атома (молекулы)

$$P_M = \sum_1^N P_i = \frac{e^2}{m} E(t) \sum_1^N \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2} .$$

Здесь  $N$  – число электронов в атоме (молекуле). Электрический момент единицы объема вещества (вектор поляризации)

$$P = \sigma P_M = \frac{\sigma e^2}{m} E(t) \sum_1^N \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2} . \quad (16)$$

Здесь  $\sigma$  – концентрация атомов (молекул). Также вектор поляризации связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$P = \chi \varepsilon_0 E(t) , \quad (17)$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость ( $\chi = \varepsilon - 1$ );  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость, связанная с показателем преломления соотношением (см. раздел 1.1.1)  $n = \sqrt{\varepsilon}$ . Подставив (17) в (16), получаем

$$\begin{aligned} (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E(t) &= \frac{\sigma e^2}{m} E(t) \sum_1^N \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2} , \\ \varepsilon = n^2 &= \frac{\sigma e^2}{\varepsilon_0 m} \sum_1^N \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2} + 1, \\ n &= \sqrt{1 + \frac{\sigma e^2}{\varepsilon_0 m} \sum_1^N \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2}} . \end{aligned} \quad (18)$$

Если  $\Omega$  значительно отличается от  $\omega_0$ , то второй член суммы под корнем много меньше единицы и  $n \approx 1$ . Вблизи значений  $\Omega = \omega_{0i}$  функция (18) имеет разрыв. Если не пренебречь затуханием ( $\beta \neq 0$ ), то разрывы исчезают, и соотношение (18) качественно верно описывает зависимость показателя преломления от частоты, а следовательно, и длины волны. Таким образом, график функции (18) имеет вид, изображенный на рис. 34.

Области аномальной дисперсии соответствуют возникновению резонанса в вынужденных колебаниях электронов. В этих областях наблюдается наибольшее поглощение света веществом.

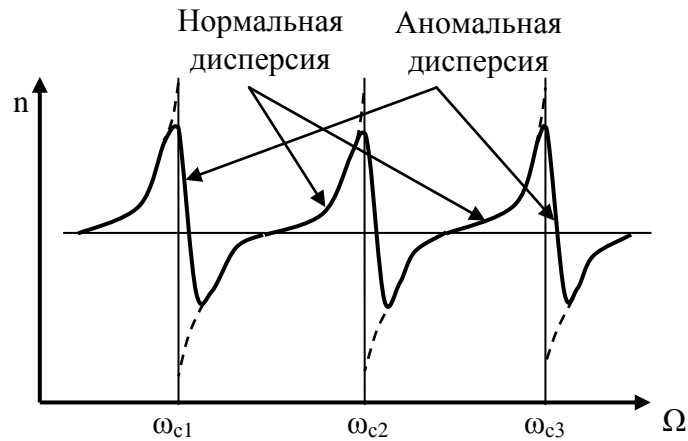


Рис. 34

### 3.3. Поглощение света

Когда световая волна проходит через вещество, то часть энергии волны расходуется на возбуждение колебаний электронов. Частично энергия вновь возвращается в излучение в виде вторичных волн, но часть переходит в энергию движения атомов, то есть во внутреннюю энергию, а следовательно, поглощается веществом. Наиболее интенсивно происходит поглощение при совпадении частоты света с собственной частотой колебания электронов, когда происходит резонанс и амплитуда колебаний электронов резко возрастает.

Рассмотрим, как меняется интенсивность света по мере прохождения через поглощающую среду (рис. 35). Очевидно, что убыль интенсивности света при прохождении слоя толщиной  $dx$  пропорциональна интенсивности падающего на слой света и толщине слоя:

$$-dI = kI dx, \quad (19)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности (коэффициент поглощения). Разделим переменные и проинтегрируем выражение (19):

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -k \int_0^x dx; \quad \ln I - \ln I_0 = -kx.$$

После потенцирования получаем

$$I = I_0 e^{-kx}. \quad (20)$$

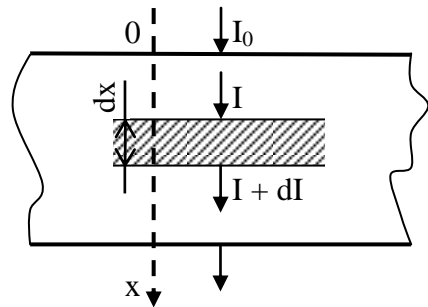


Рис. 35

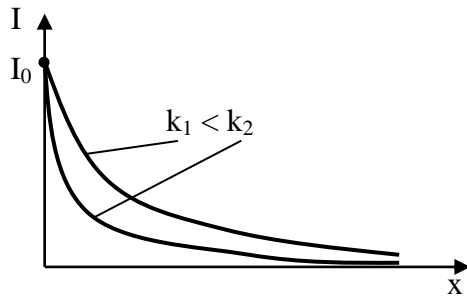


Рис. 36

Это соотношение называется законом Бугера. На рис. 36 показан график этого закона. По мере заглубления в вещество интенсивность света убывает по экспоненциальному закону.

Проанализируем смысл коэффициента поглощения. Для этого из соотношения (20) найдем толщину слоя  $d$ , при прохождении которого интенсивность света убывает в  $e$  раз:  $kd = 1$ , сле-

довательно,  $k = \frac{1}{d}$ . Величину  $d$  называют глубиной проникновения света в вещество.

Например, для стекла  $d = 1$  м. В металлы свет практически не проникает. Это вызвано существованием в металлах свободных электронов, которые под действием высокочастотного электрического поля световой волны приходят в движение и образуют быстропеременные токи. Энергия этих токов рассеивается в тепло. В результате световые колебания быстро затухают. Интенсивность отраженного света, представляющего собой вторичное излучение движущимися ускоренно электронами, максимальна. Металлы хорошо отражают свет.

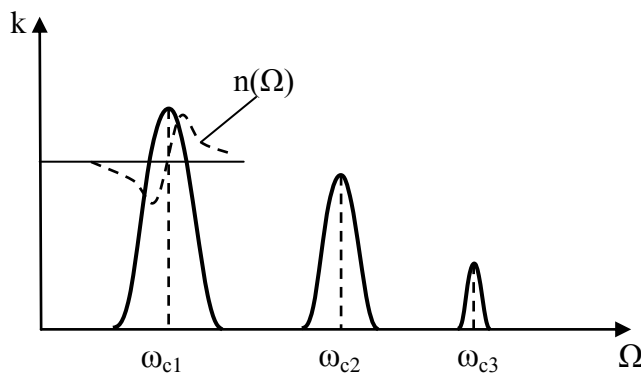


Рис. 37

У разреженных газов, молекулы которых практически не взаимодействуют, коэффициент поглощения для большинства длин волн близок к нулю, но лишь для узких интервалов частот (длин волн) обнаруживает резкие максимумы, которые соответствуют условию резонанса (рис. 37). При повышении плотности газа зависимость коэффициента поглощения от частоты постепенно переходит от дискретной к монотонной, характерной для жидкостей и твердых тел (рис. 38).

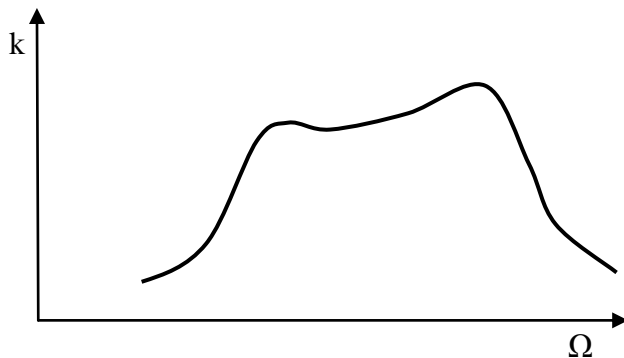


Рис. 38

Если пропустить белый свет через поглощающее вещество, а затем разложить этот свет в спектр, то на фоне исходного сплошного спектра обнаружим темные полосы,

соответствующие поглощенным длинам волн. Совокупность таких полос называют спектром поглощения. Следует отметить, что если возбудить молекулы поглощающего вещества, то они будут излучать те же длины волн, которые и поглощают; то есть спектры поглощения и испускания совпадают, поэтому тела имеют соответствующую окраску.

## 4. Поляризация света

### 4.1. Виды поляризации света

Световая волна относится к поперечным волнам, колебания векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  происходят в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. При действии света на вещество основное влияние на электроны и атомы вещества имеет световой вектор  $\vec{E}$ . Световая волна, исходящая от светящегося тела, представляет собой наложение большого количества волн, испускаемых атомами светящегося тела. Атомы излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому направления световых колебаний в таких волнах не связаны друг с другом, имеют всевозможные направления, но перпендикулярны направлению распространения волны. Все эти направления колебаний равновероятны, и поэтому амплитуды колебаний в каждом направлении будут одинаковы. Свет, в котором ни одно из указанных направлений колебания вектора  $\vec{E}$  не является преимущественным, называется естественным. Свет, у которого направления колебания упорядочены каким-либо образом, называется поляризованным. Если колебание вектора происходит только в одной плоскости, проходящей через луч, то такой свет называется плоскополяризованным. Однако в плоскости величина вектора  $\vec{E}$  может меняться, в результате чего конец вектора  $\vec{E}$  может описывать эллипс или круг, такую поляризацию называют эллиптической или круговой.

Свет называется частично поляризованным, если в нем имеется преимущественное направление колебания вектора  $\vec{E}$ . Такой свет можно рассматривать как совокупность одновременно распространяющихся в одном направлении естественного и линейно поляризованного света.

На рис. 39 представлены возможные направления колебания вектора  $\vec{E}$  для естественного (а) и частично поляризованного света (б) (луч идет к нам).

На рис. 40 представлена плоскополяризованная волна, распространяющаяся вправо с возможными направлениями колебания вектора  $\vec{E}$ : если колебания совершаются в плоскости чертежа, то их называют S-колебания, если перпендикулярно — Р-колебания.

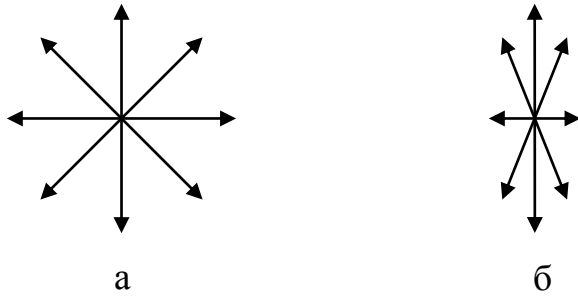


Рис. 39

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых поляризаторами. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которую называют плоскостью поляризатора, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости.

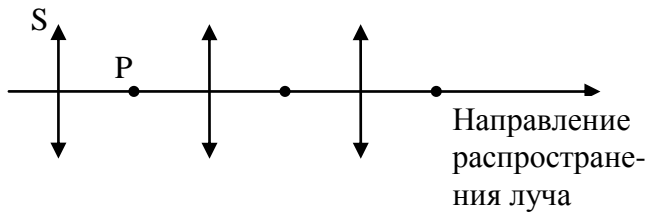


Рис. 40

#### 4.2. Закон Малюса

Рассмотрим прохождение естественного света последовательно через 2 поляризатора. Плоскость, в

которой проходят колебания, пропускаемые поляризатором, обозначим через  $P$  и будем называть плоскостью поляризатора. Второй аналогичный прибор служит для анализа поляризованного света и называется анализатором, плоскость которого обозначим через  $A$ .

На рис. 41 амплитуда света, прошедшего через поляризатор, изображена вектором  $\vec{a}$ ; плоскость анализатора  $A$  составляет с плоскостью  $P$  угол  $\alpha$ . Тогда из анализатора выйдет поляризованный в плоскости  $A$  свет с амплитудой  $b = a \cdot \cos \alpha$ . Так как энергия колебаний всегда пропорциональна квадрату амплитуды, то, обозначив интенсивность света, вышедшего из поляризатора, через  $I_0$ , а интенсивность света, прошедшего поляризатор, через  $I$ , получим соотношение  $I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha$ . Эта формула выражает закон Малюса. Если  $\alpha = 0$ , то интенсивность вышедшего из анализатора света максимальна, если  $\alpha = 90^\circ$ , то свет через систему не проходит.

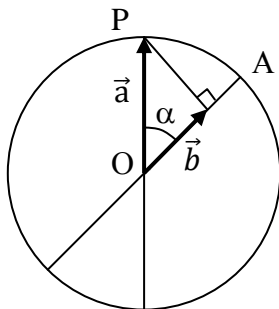


Рис. 41

Рассмотрим опыт с турмалином. Направим естественный свет перпендикулярно пластинке турмалина. При вращении кристалла вокруг направления луча никаких изменений интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдается. Если на пути луча поставить вторую пластинку из турмалина и вращать ее вокруг направления луча, то

интенсивность вышедшего света меняется в зависимости от угла между оптическими осями кристалла.

### 4.3. Поляризация при отражении и преломлении света

Рассмотрим поведение световой волны на границе с диэлектриком. Луч естественного света падает на границу диэлектрика MN по направлению АО (рис. 42). Луч частично отражается по направлению ОС и преломляется по направлению ОВ. Разложим колебания вектора  $\vec{E}$  в световой волне на колебания, лежащие в плоскости падения и перпендикулярные плоскости падения, и обозначим их соответственно через Р- и S-колебания. Падающая волна приведет в колебания заряженные частицы, входящие в состав молекул вещества (элементарные диполи), которые, в свою очередь будут испускать вторичные волны в направлениях преломленной и отраженной волн. Если угол между преломленным и отраженным лучами равен  $\frac{\pi}{2}$ , то диполи в отраженном луче будут совершать только Р-колебания, а в преломленном — преобладать S-колебания.

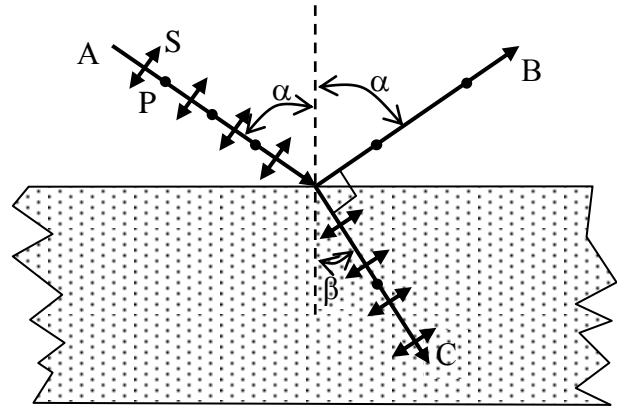


Рис. 42

Воспользуемся законом преломления света  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$  и, учитывая, что  $\pi = \alpha + \beta + \pi/2$ , получим  $\beta = \pi/2 - \alpha$ , т.е.  $\sin \beta = \cos \alpha$ . Тогда

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \operatorname{tg} \alpha = n.$$

Таким образом, условие полной поляризации отраженного луча выражается законом Брюстера:

$$\operatorname{tg} \alpha = n,$$

где  $n$  — показатель преломления диэлектрика, а угол  $\alpha$  получил название угла полной поляризации Брюстера.

При падении света под углом, отличным от угла Брюстера, отраженный свет будет только частично поляризован с преобладанием Р-колебаний, в преломленном луче всегда наблюдается частичная поляризация с преобладанием S-колебаний.

#### 4.4. Двойное лучепреломление

Если на кристалл исландского шпата направить луч света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу. Это явление носит название двойного лучепреломления. Такие лучи получили соответственно названия обыкновенного о-луча и необыкновенного е-луча.

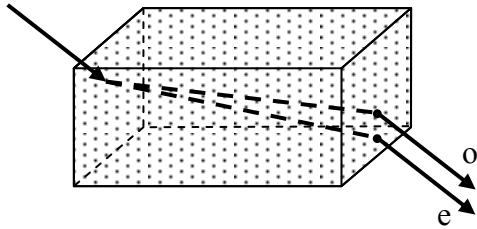


Рис. 43

Обыкновенный луч подчиняется обычному закону преломления света. Для необыкновенного луча показатель преломления зависит от направления его распространения (рис. 43).

В кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Это направление называется оптической осью кристалла. Анализ поляризации света показывает, что вышедшие из кристалла лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 44).

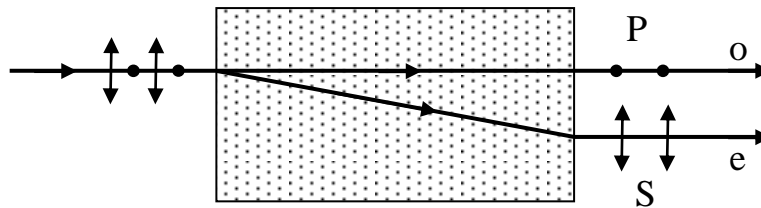


Рис. 44

#### 4.5. Поляризационные призмы и поляроиды

В основе работы поляризационных приспособлений, служащих для получения поляризованного света, лежит явление двойного лучепреломления. Наиболее часто для этого применяются призмы и поляроиды.

Типичным представителем поляризационных призм является призма Николя, которая изготавливается из монокристалла исландского шпата. Кристалл разрезается по диагонали АВ (рис. 45) и склеивается специальным клеем – канадским бальзамом. Показатель преломления канадского бальзама лежит между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле ( $n_e < n < n_o$ ). Углы между гранями призмы подобраны так, что необыкновенный луч свободно проходит через прослойку бальзама и выходит из призмы, а обыкновенный луч

испытывает на прослойке полное внутреннее отражение и отклоняется в сторону. Угол падения обыкновенного луча  $\alpha$  на прослойку больше предельного угла полного внутреннего отражения.

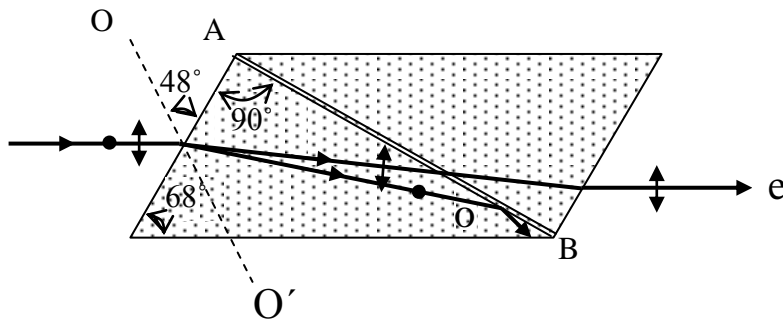


Рис. 45

Двойкопреломляющие кристаллы обладают свойством дихроизма, т.е. различного поглощения света в зависимости от ориентации электрического вектора световой волны. Примером такого кристалла является турмалин, в котором наблюдается сильное селективное поглощение обыкновенного луча, в результате чего уже при толщине пластинки в 1 мм из нее выходит только необыкновенный луч. Изготовленные из таких веществ пленки называют поляроидами, они являются простейшими поляризаторами света. Поглощение света в поляроидах зависит от длины световой волны, поэтому поляроиды выделяют поляризованный свет только в некотором интервале длин волн. В белом свете поляроиды выглядят окрашенными. Поляроиды применяются, например, для защиты от ослепляющего действия солнечных лучей и фар встречного автотранспорта.

#### 4.6. Искусственная оптическая анизотропия

Двойное лучепреломление имеет место в естественных анизотропных средах. Существуют различные способы получения искусственной оптической анизотропии. В некоторых случаях оптически изотропные вещества могут становиться анизотропными при одностороннем сжатии или растяжении, воздействии электрического и магнитного полей. Рассмотрим возникновение искусственной анизотропии в жидкости под действием электрического поля, т.е. ячейки Керра. В кювету с нитробензолом введена пластина конденсатора, которая помещена между скрещенными поляризатором и анализатором (рис. 46). При отсутствии

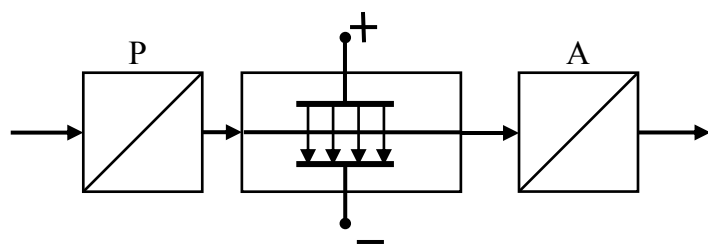


Рис. 46

электрического поля свет через систему не проходит. При наложении электрического поля жидкость становится двоякопреломляющей; при изменении разности потенциалов между электродами меняется степень анизотропии вещества, а следовательно, и интенсивность света, прошедшего через анализатор. Мерой искусственной оптической анизотропии является разность показателей преломления образующихся в жидкости обыкновенного и необыкновенного лучей.

$$n_o - n_e = kE ,$$

где  $E$  – напряженность электрического поля,  $k$  – постоянная, характеризующая вещество.

Ячейка Керра служит идеальным световым затвором и применяется в следующих быстропротекающих процессах: звукозапись и воспроизведение звука, скоростная фото- и киносъемка, изучение скорости распространения света, оптическая локация и оптическая телефония.

## **Хронология основных открытий в области оптики**

- 1665 г. – Опубликовано трактат Р. Гука (R. Hooke) «Микрография», в котором высказана гипотеза о свете как поперечной волне
- 1666 г. – И. Ньютон (I. Newton) предложил корпускулярную теорию света
- 1678 г. – Создание Х. Гюйгенсом (Ch. Huygens) волновой теории света и объяснение на её основе известных тогда оптических явлений
- 1690 г. – Опубликовано «Трактат о свете» Х. Гюйгенса, в котором изложена волновая теория света, в том числе сформулирован принцип Гюйгенса
- 1704 г. – Опубликовано трактат И. Ньютона «Оптика»
- 1801 г. – Т. Юнг (T. Young) осуществил известный опыт по интерференции света от двух малых отверстий
- 1804 г. – Т. Юнг ввел в научный обиход термин «интерференция»
- 1808 г. – Э. Малюс (E. Malus) сформулировал закон, описывающий поляризацию света (закон Малюса)
- 1815 г. – Д. Брюстер (D. Brewster) установил условие полной поляризации света при отражении (закон Брюстера)
- 1816 г. – О. Френель (A. Fresnel) дополнил принцип Гюйгенса представлением о когерентности вторичных волн и их интерференции (принцип Гюйгенса – Френеля)
- 1816 г. – О. Френель осуществил опыт по интерференции света с помощью двух зеркал (зеркала Френеля)
- 1818 г. – Создание О. Френелем теории дифракции света на основании так называемых «зон Френеля»
- 1828 г. – У. Николь (W. Nicol) изобрел поляризационную призму (призма Николя)
- 1846 г. – М. Фарадей (M. Faraday) высказал идею об электромагнитной природе света
- 1865 г. – Дж. Максвелл (J. Maxwell) постулировал существование электромагнитных волн и выдвинул концепцию об электромагнитной природе света
- 1878 – 1882 гг. – Эксперименты А. Майкельсона (A. Michelson) по точному определению скорости света
- 1880 г. – А. Майкельсон изобрел первый интерферометр – интерферометр Майкельсона